

Forme algébrique :

$$\forall z \in \mathbb{C}, \exists! (a, b) \in \mathbb{R}^2 /$$

$$z = a + ib$$

Forme exponentielle, polaire :

$$\forall z \in \mathbb{C}, z = \rho e^{i\theta}$$

$$\rho \in \mathbb{R}_+ \text{ (en fait } \rho = |z| \text{)}$$

$$\theta \in [0; 2\pi[$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$(x^a)^b = x^{ab}$$

$$\downarrow$$
$$\in \mathbb{C}$$

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$$

$$z = a + ib, (a, b) \in \mathbb{R}^2$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \in \mathbb{R}_+$$

Ex

$$z = 4i + i5 = 9i$$

$$|z| = 9$$

$$\cdot z = 2 + 3i$$

$$|z| = \sqrt{2^2 + 3^2} \\ = \sqrt{13}$$

$$aX^2 + bX + c = 0, \quad a \neq 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\cdot \underline{\Delta > 0}$$

$$X_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$X_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\cdot \underline{\Delta = 0}$$

$$X_0 = \frac{-b}{2a}$$

$$\cdot \underline{\Delta < 0}$$

$$z_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

$$z_2 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

• Prop: Un polynôme de degré n a au plus n racines distinctes dans $\mathbb{C}$. De plus, il en existe toujours au moins une.

• Thm: $\forall \theta \in \mathbb{R}$
 $|e^{i\theta}| = 1$

Démonstration:

$$e^{i\theta} = \underline{\cos \theta} + i \underline{\sin \theta}$$

$$|e^{i\theta}| = \sqrt{(\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2} \\ = 1$$

• Prop: Pour $z_0 \neq 0$, l'eq

$z^n = z_0$ a toujours n racines
distinctes dans $\mathbb{C}$.

• Prop: Pour $z_0 \in \mathbb{C}$, l'ensemble

$|z - z_0| = R$ correspond

au cercle de centre $(\operatorname{Re}(z_0), \operatorname{Im}(z_0))$
et de rayon R .

• Prop: $|z - z_0| \leq R$ _____
_____ disque _____

1
