

Exercices tutorat PHYS-F104 16/02/2026 – Notions préliminaires

Pour l'examen :

- Ne pas oublier de tout transformer en unités du système international (m pour la distance, kg pour la masse et s pour le temps) ;
- Pour les exercices sur les unités, suivre les étapes de la question 1 ;
- Pour les exercices sur les vecteurs, quelques notions importantes :

DÉFINITION | Produit scalaire $\vec{A} \cdot \vec{B}$

Le **produit scalaire** de $\vec{A}$ et $\vec{B}$ est

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \underbrace{A_x B_x + A_y B_y}_{\text{nombre (scalaire)}} \quad (1.31)$$

Une deuxième manière (équivalente) de définir le produit scalaire de deux vecteurs est

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta \quad (1.32)$$

dans laquelle A est le module de $\vec{A}$, B est le module de $\vec{B}$ et θ est l'angle entre $\vec{A}$ et $\vec{B}$.

DÉFINITION | Module ou norme d'un vecteur

Soit $\vec{A}$ un vecteur dont les composantes selon x et y sont respectivement A_x et A_y . Alors la **norme** (ou son **module**) de $\vec{A}$ est définie comme

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \quad (1.24)$$

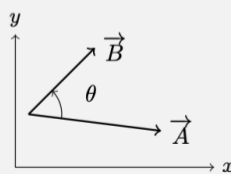
La norme peut être notée de manière équivalente $||\vec{A}||$, $|\vec{A}|$ ou A .

DÉFINITION | Produit vectoriel $\vec{A} \times \vec{B}$

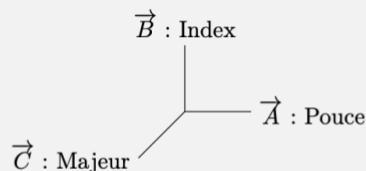
Si $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$, le **produit vectoriel** de $\vec{A}$ et $\vec{B}$, alors :

- le **module** de $\vec{C}$ vaut

$$C = AB \sin \theta \quad (1.39)$$



- la **direction** de $\vec{C}$ est donnée par la règle de la main droite.



En combinant la norme et la direction, on obtient :

$$\vec{C} = AB \sin \theta \cdot \vec{1}_z \quad (1.40)$$

Exercice pour se lancer : Donner les unités des grandeurs suivantes avec les symboles L pour la distance, M pour la masse et T pour le temps.

- Hauteur : L
- Largeur : L
- Fréquence : T^{-1}
- Vitesse : LT^{-1}
- Accélération : LT^{-2}
- Force : MLT^{-2}
- Vitesse angulaire : T^{-1}
- Energie : ML^2T^{-2}
- Masse volumique : ML^{-3}
- Constante gravitationnelle G de $F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$: $L^3T^{-2}M^{-1}$

Questions d'examens précédents :

Question 1 (4 points - Toutes sections) La force de frottement s'appliquant sur un solide en mouvement dans un fluide dépend de la vitesse de déplacement v de l'objet par rapport au fluide, de la section de l'objet S (ayant les dimensions d'une surface) et de la masse volumique du fluide ρ .

- À l'aide de l'analyse dimensionnelle, déterminez une relation de proportionnalité entre l'intensité de cette force de frottement F et une combinaison des quantités v , S et ρ .
- La dépendance de la force de frottement en la vitesse implique l'existence d'une vitesse limite pour un objet en chute libre dans un fluide, appelée *vitesse terminale* v_t , dont l'expression est donnée par :

$$v_t = \sqrt{\frac{2mg}{\rho SC}}$$

où m est la masse de l'objet et C est un nombre sans dimension appelé *coefficient de traînée*. Une personne de masse $m = 80 \text{ kg}$ saute en parachute. La masse volumique de l'air à l'altitude du parachutiste est $\rho = 1000 \text{ g/m}^3$, la section du parachute est $S = 5000 \text{ cm}^2$ et sa vitesse terminale est $v_t = 180 \text{ km/h}$.

Convertissez les données en unités du système international et calculez la valeur du coefficient de traînée.

Solution

a)

Étape 2 : Écrire la relation de proportionnalité ($\propto$) la plus générale possible entre les grandeurs en utilisant des exposants variables

$$[F] = [m] \times [a] = M \times L \times T^{-2}$$

$$[v] = L \times T^{-1}$$

$$[S] = L^2$$

$$[\rho] = M \times L^{-3}$$

$$F \propto v^\alpha S^\beta \rho^\gamma$$

$$MLT^{-2} = (LT^{-1})^\alpha (L^2)^\beta (ML^{-3})^\gamma$$

$$MLT^{-2} = L^{\alpha+2\beta-3\gamma} M^\gamma T^{-\alpha}$$

Étape 1 : identifier les unités de toutes les grandeurs avec lesquelles on travaille (si on ne se souvient plus directement des unités on peut les retrouver à partir d'une formule dans laquelle apparaît cette grandeur comme ici pour la force $F=ma$)

Étape 3 : Insérer les unités dans notre équation et utiliser les propriétés des exposants pour simplifier au maximum

$$\begin{cases} 1 = \alpha + 2\beta - 3\gamma \\ 1 = \gamma \\ -2 = -\alpha \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 2 \\ \gamma = 1 \\ 2\beta = 1 - \alpha + 3\gamma = 1 - 2 + 3 = 2 \Rightarrow \beta = 1 \end{cases}$$

Étape 4 : Égaler les exposants pour chaque symbole afin que les unités soient les mêmes à gauche et à droite de l'équation, résoudre le système d'équations

On trouve donc $F \propto v^2 S \rho$. Une alternative plus rapide est de remarquer que seule ρ peut amener l'unité de masse et v^2 l'inverse du carré de l'unité de temps. Il ne suffit alors plus qu'à combiner avec S pour obtenir l'unité de Force (Newton) souhaitée.

b)

$$\rho = 1000 \text{ g/m}^3 = 1,0 \text{ kg/m}^3$$

$$S = 5000 \text{ cm}^2 = 0,50 \text{ m}^2$$

$$v_t = 180 \text{ km/h} = 180/3,6 = 50 \text{ m/s}$$

$$v_t = \sqrt{\frac{2mg}{\rho SC}}$$

$$v_t^2 = \frac{2mg}{\rho SC}$$

$$C = \frac{2mg}{\rho S v_t^2} = \frac{2 \times 80 \times 10}{1,0 \times 0,5 \times 50^2} = 1,28$$

Question 2 (3 points)

Une étoile peut subir des oscillations, dont la fréquence angulaire ω dépend des propriétés de l'étoile (sa masse volumique ρ et son rayon R) ainsi que de la constante de gravitation universelle G .

- Quelles sont les dimensions de ω , ρ , R et G en termes des unités de masse (M), longueur (L) et temps (T) ? On demande de retrouver les unités de G à partir de la loi de la gravitation (une réponse non justifiée ne sera pas prise en considération)
- Grâce à l'analyse dimensionnelle, déterminez de quelle combinaison de ρ , R et G dépend la fréquence angulaire ω .

Solution.

- a) $[\omega] = \text{T}^{-1}$, $[\rho] = \text{ML}^{-3}$, $[R] = \text{L}$.

Loi de la gravitation universelle : $F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$, deuxième loi de Newton : $F = ma$.

D'où $[m][a] = [G] \frac{[m_1][m_2]}{[R]^2} \Leftrightarrow [G] = \frac{[a][R]^2}{[m_2]} = \text{LT}^{-2} \cdot \text{L}^2 \cdot \text{M}^{-1}$

$$[G] = \text{L}^3 \text{T}^{-2} \text{M}^{-1}$$

- b) L'expression la plus générale pour ω est $\omega = \text{cte} \cdot \rho^\alpha \cdot R^\beta \cdot G^\gamma$. En passant aux unités :

$$\text{T}^{-1} = \text{M}^\alpha \text{L}^{-3\alpha} \cdot \text{L}^\beta \cdot \text{L}^{3\gamma} \text{T}^{-2\gamma} \text{M}^{-\gamma}$$

$$\text{T}^{-1} = \text{M}^{\alpha-\gamma} \text{L}^{\beta-3(\alpha-\gamma)} \text{T}^{-2\gamma}$$

On en déduit :

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0 \\ \beta - 3(\alpha - \gamma) = 0 \\ -2\gamma = -1 \end{cases}$$

D'où :

$$\begin{cases} \alpha = \gamma \\ \beta = 0 \\ \gamma = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Et donc ω est proportionnelle à $\rho^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\rho G}$.

Question 3 (4 points - Toutes sections) La vitesse de libération v_l est la vitesse minimale que doit atteindre un corps pour échapper à l'attraction gravitationnelle d'un astre de rayon R et de masse M .

- En supposant une relation de la forme $v_l = A G^\alpha R^\beta M^\gamma$ où A est une constante sans dimensions, établir une loi simple pour la vitesse de libération. Déterminez et justifiez votre raisonnement, sans quoi votre résultat ne sera pas pris en considération.
- Lorsque la vitesse de libération atteint la vitesse de la lumière $c = 3 \times 10^8$ m/s, aucune lumière ne peut être émise de l'astre en question. On est alors en présence d'un trou noir. Si la Terre était remplacée par un trou noir de masse identique ($M = 6 \times 10^{24}$ kg), quel serait son rayon ? La valeur numérique de la constante est $A = \sqrt{2}$.

Solution.

- Il faut déterminer la valeur des exposants α, β et γ par analyse dimensionnelle. En effet, on sait que v_l a des unités de vitesse :

$$\begin{aligned} [v_l] &= \text{m/s} = [A] [G]^\alpha [R]^\beta [M]^\gamma \\ &= \left(\text{m}^3 / (\text{kg s}^2) \right)^\alpha (\text{m})^\beta (\text{kg})^\gamma \\ &= \text{m}^{3\alpha+\beta} \text{kg}^{-\alpha+\gamma} \text{s}^{-2\alpha} \end{aligned}$$

Pour obtenir les bonnes unités, il faut donc que ces égalités soient respectées :

$$\begin{aligned} 3\alpha + \beta &= 1 \Leftrightarrow \beta = 1 - 3\alpha \\ -\alpha + \gamma &= 0 \Leftrightarrow \gamma = \alpha \\ -2\alpha &= -1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Ce qui donne directement que $\alpha = \frac{1}{2}$, $\gamma = \frac{1}{2}$ et $\beta = -\frac{1}{2}$. La relation est donc :

$$\begin{aligned} v_l &= A G^{\frac{1}{2}} R^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} \\ &= A \sqrt{\frac{GM}{R}} \end{aligned}$$

- Isolons R , puis remplaçons les valeurs fournies dans la formule déterminée ci-dessus :

$$\begin{aligned} v_l^2 &= A^2 \frac{GM}{R} \\ R &= A^2 \frac{GM}{v_l^2} \\ R &= \sqrt{2}^2 \times \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{3 \times 10^8} \\ &= 9 \times 10^{-3} \text{ m} \approx 1 \text{ cm} \end{aligned}$$

Question 4 (3 points) On donne les trois constantes physiques fondamentales suivantes : la vitesse de la lumière $c = 300\,000\text{ km/s}$, la constante gravitationnelle $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ et la constante de Planck réduite $\hbar = 1 \times 10^{-34} \text{ J s}$. On rappelle que le joule (J) est l'unité de l'énergie.

- Quelles sont les unités de ces constantes dans le système MKS (mètre, kilogramme, seconde) ?
- En combinant (multiplication, division, exponentiation, racine n-ième) les unités de ces trois constantes fondamentales, on peut construire une grandeur ayant les dimensions d'une longueur (en mètres). Cette longueur s'appelle la longueur de Planck, et représente l'échelle à partir de laquelle les effets de la gravitation quantique pourraient être ressentis. Déterminez l'expression de cette longueur en combinant les trois constantes fondamentales.
- À partir des valeurs numériques des constantes fondamentales, donnez un ordre de grandeur pour la longueur de Planck.

Solution.

- G est déjà en unités MKS : $[G] = \text{m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ Pour c , il suffit de convertir les kilomètres en mètres : $[c] = \text{m/s}$.

Pour $\hbar$, il faut se rappeler de la définition des joules. Si on ne s'en rappelle pas, on peut la retrouver à partir de n'importe quelle formule qui fait intervenir l'énergie. Par exemple, l'énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$. L'énergie, en joules, sera donc exprimée en $\text{kg m}^2/\text{s}^2$. Ou encore, l'énergie potentielle : $E_p = mgh$. Vu que g est une accélération, ses unités sont des m/s^2 . Ceci fournit de nouveau que l'énergie, en joules, est équivalente à des $\text{kg m}^2/\text{s}^2$. Du coup, $[\hbar] = \text{J s} = \text{kg m}^2/\text{s}$ est déjà en MKS.

- Pour déterminer la relation qui donne des unités en mètres, et ce en utilisant les trois constantes fournies, il faut se fixer un premier objectif puis procéder par étapes.

Concrètement, ici, commençons par faire disparaître les kilogrammes en combinant les deux constantes qui en ont (G et $\hbar$), vu qu'à la fin nous ne sommes plus censés en avoir. On pourra ensuite ajouter c sans problème vu que celui-ci ne contient pas de kilogrammes. Pour faire disparaître les kilogrammes, il suffit de multiplier G (qui est en kg^{-1}) et $\hbar$ (qui est en kg).

$$[G\hbar] = \text{m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \times \text{kg m}^2/\text{s} = \text{m}^5/\text{s}^3$$

On rajoute maintenant c afin de faire disparaître les secondes : il va falloir diviser par c^3 .

$$\left[\frac{G\hbar}{c^3}\right] = \text{m}^5/\text{s}^3 \times \text{s}^3/\text{m}^3 = \text{m}^2. \text{ Il ne reste donc qu'à mettre une racine carrée pour obtenir des mètres : } \left[\sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}}\right] = \text{m}.$$

- Ici, il ne faut pas oublier de convertir les unités des constantes pour avoir les bonnes unités. G et $\hbar$ étaient en fait déjà en MKS après avoir développé les joules, donc les valeurs sont déjà les bonnes. Il a par contre fallu convertir des kilomètres en mètres pour c . On a donc que $c = 300\,000 \text{ km/s} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$. On calcule maintenant $\sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 1 \times 10^{-34}}{(3 \times 10^8)^3}} = 1,57 \times 10^{-35} \text{ m}$.

Question 5 (4 points - Toutes sections) Soient 2 vecteurs $\vec{A} = 2 \vec{i}_x - \vec{i}_y$ et $\vec{B} = 3 \vec{i}_x + 2 \vec{i}_y$.

- Exprimez $\vec{C} = \vec{B} - 2\vec{A}$ en fonction des vecteurs de base.
- Quelle est la valeur du produit scalaire $\vec{A} \cdot \vec{B}$? En déduire l'angle θ entre les deux vecteurs.
- Quels sont le sens et la direction du produit vectoriel $\vec{A} \times \vec{B}$? Quelle est sa norme?

Solution.

- On rappelle que pour l'addition vectorielle, on additionne composante par composante. Ainsi, pour les composantes x et y de C, nous avons $C_x = B_x - 2A_x$ et $C_y = B_y - 2A_y$. Ayant d'après l'énoncé, $A_x = 2$, $A_y = -1$, $B_x = 3$ et $B_y = 2$, nous obtenons $C_x = -1$ et $C_y = 4$, donc $\vec{C} = -\vec{i}_x + 4 \vec{i}_y$.
- Concernant le produit scalaire, nous avons deux formules à notre disposition : une dépendant des composantes des vecteurs $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y$ et une dépendant de la norme des vecteurs et l'angle les séparant $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$. Ne disposant pas de cette dernière information (c'est d'ailleurs ce que l'on nous demande ensuite), nous allons utiliser la première formule, celle avec les composantes. Nous obtenons alors $\vec{A} \cdot \vec{B} = 4$. Maintenant pour connaître l'angle, nous allons prendre la seconde formule et calculer au préalable la norme de nos vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$. Pour rappel, la norme d'un vecteur est relié à ces composantes par $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$. Ici nous avons donc $|\vec{A}| = \sqrt{5}$ et $|\vec{B}| = \sqrt{13}$. En isolant θ dans la formule, nous obtenons

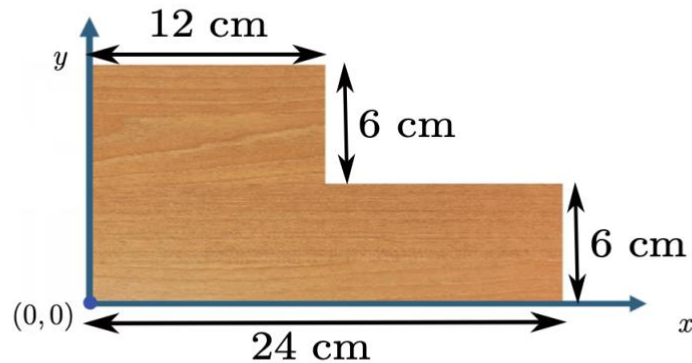
$$\theta = \arccos \left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} \right) = \arccos \left(\frac{4}{\sqrt{5} \sqrt{13}} \right) = 60^\circ.$$

- Pour cette question, il faut se rappeler que le vecteur résultant d'un produit vectoriel est toujours perpendiculaire à ceux initiaux. Nous devons donc réfléchir en 3D. En définissant l'axe x comme celui allant vers la droite de cette feuille, l'axe y allant vers le haut, l'axe z sort alors de cette feuille vers vous. Nous pouvons maintenant utiliser la règle de la main droite : pouce sur le premier vecteur du produit (ici $\vec{A}$), index sur le second (ici $\vec{B}$). Le majeur pointe alors dans la direction et le sens du résultat, ici vers nous. D'après notre système d'axe, ceci correspond aux z négatifs.

Ensuite concernant la norme du produit vectoriel, comme nous connaissons déjà celles de $\vec{A}$ et de $\vec{B}$ ainsi que l'angle les séparant grâce au point précédant, nous pouvons utiliser la formule

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta = \sqrt{5} \sqrt{13} \sin(60^\circ) = 7.$$

Question 6 (4 points - Toutes sections) On considère la plaque en bois représentée sur la figure ci-dessous. La plaque en bois est supposée être homogène et de densité ρ constante. On y attache un repère orthonormé ayant pour origine le point $(0,0)$.



- Déterminez la position du centre de masse, c'est-à-dire ses coordonnées dans le plan.
- Déterminez la norme du vecteur position du centre de masse $\overrightarrow{CM}$.
- Soit $\vec{A}$ le vecteur reliant l'origine au point $(24,6)$. Déterminez l'angle entre $\vec{A}$ et $\overrightarrow{CM}$.

Solution.

- On sépare la plaque en deux plaques rectangulaires : l'une "supérieure" de surface $S_1 = 12 \times 6 \text{ cm}^2 = 72 \text{ cm}^2$ et l'autre "inférieure" de surface $S_2 = 24 \times 6 \text{ cm}^2 = 144 \text{ cm}^2$.
Le CM de la plaque 1 est $(x_1, y_1) = (6, 9) \text{ cm}$ et celui de la plaque 2 $(x_2, y_2) = (12, 3) \text{ cm}$.
La masse totale de la plaque peut s'écrire $M = M_1 + M_2 = \rho \times 72 \text{ cm}^2 + \rho \times 144 \text{ cm}^2$. Pour la plaque entière on a, en notant

$$x_{CM} = \frac{1}{M} (x_1 M_1 + x_2 M_2) = 10 \text{ cm},$$

$$y_{CM} = \frac{1}{M} (y_1 M_1 + y_2 M_2) = 5 \text{ cm}.$$

La position du centre de masse est donc donnée par $(x_{CM}, y_{CM}) = (10, 5) \text{ cm}$.

Autre méthode : On sépare la plaque en trois plaques de même taille et de même masse. On prend le centre de masse de chacune des 3 plaques, et on calcule le centre de masse du système.

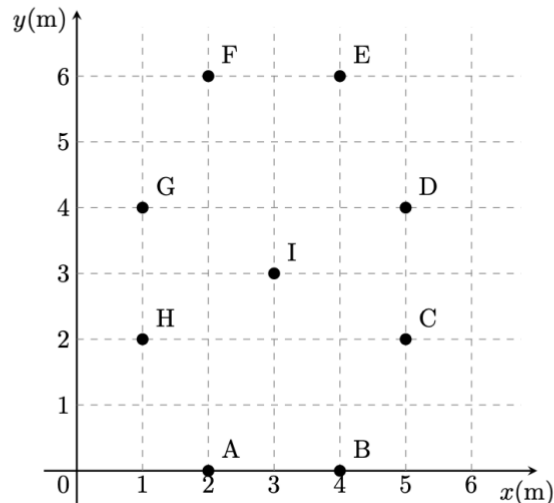
$$x = 1/(3m) \cdot (6m + 6m + 18m) = 30/3 = 10 \text{ cm}$$

$$y = 1/(3m) \cdot (3m + 9m + 3m) = 15/3 = 5 \text{ cm}$$

- La norme est donnée par $\sqrt{10^2 + 5^2} = 11.18 \text{ cm}$.
- L'angle est donné par $\cos^{-1} \left(\frac{270}{276,6} \right) = 12.5^\circ$.

Question 7 (3 points) Trois masses sont placées sur trois des sommets d'un octogone. Deux masses $m_1 = 92 \text{ kg}$ sont placées sur les points A et E tandis qu'une masse $m_2 = 85 \text{ kg}$ est placée en D.

- Déterminez le vecteur position de chacune des trois masses.
- Déterminez le vecteur position du centre de masse du système.
- Quelle masse faut-il rajouter en H pour que le centre de masse se retrouve pile au point I, au centre de l'octogone? Justifiez.



Solution.

a) $\vec{A} = (2; 0) \text{ m}$, $\vec{E} = (4; 6) \text{ m}$, $\vec{D} = (5; 4) \text{ m}$.

b) $x_{\text{cm}} = \frac{m_1 \vec{A} + m_1 \vec{E} + m_2 \vec{D}}{m_1 + m_1 + m_2} = \frac{(184; 0) + (368; 552) + (425; 340)}{92 + 92 + 85} = \left(\frac{977}{269}, \frac{892}{269}\right) \text{ m}$

- c) On voit qu'il doit s'agir d'une masse m_2 par symétrie. En effet, les masses m_1 en A et E sont sur des sommets opposées et de même valeur, le centre de masse pour A et E se trouve pile entre ces deux points, en I. Il doit en être de même pour les masses en D et H : il faut mettre une masse m_2 au point H.

L'argument de symétrie suffisait, mais si on veut le montrer par calcul :

$$\begin{aligned} \frac{m_1 \vec{A} + m_1 \vec{E} + m_2 \vec{D} + x \vec{H}}{m_1 + m_1 + m_2 + x} &= \vec{I} \\ m_1 \vec{A} + m_1 \vec{E} + m_2 \vec{D} + x \vec{H} &= \vec{I}(m_1 + m_1 + m_2 + x) \\ x(\vec{H} - \vec{I}) &= \vec{I}(m_1 + m_1 + m_2) - m_1 \vec{A} - m_1 \vec{E} - m_2 \vec{D} \end{aligned}$$

On développe alors les vecteurs positions en terme de leurs composantes :

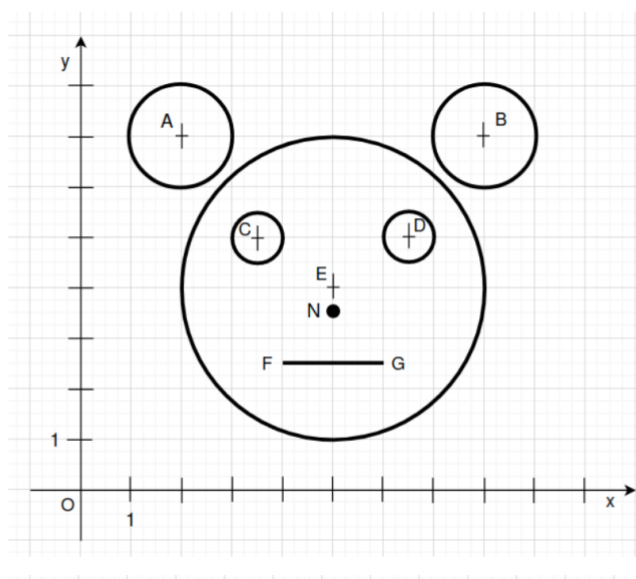
$$\begin{aligned} x(1 - 3; 2 - 3) &= (3; 3)(92 + 92 + 85) - 92(2, 0) - 92(4; 6) - 85(5; 4) \\ x(-2; -1) &= (-170; -85) \\ x(2; 1) &= (170; 85) \\ (2x; x) &= (170; 85) \end{aligned}$$

Ceci donne donc deux équations, une pour chaque composante

$$\begin{aligned} 2x &= 170 & x &= 85 \\ x &= 85 \text{ kg} & x &= 85 \text{ kg} \end{aligned}$$

Question 8 (4 points - Toutes sections) Voici Teddy, l'ourson plus heureux qu'il n'y paraît sur la figure ci-dessous. Il est composé de deux cerceaux identiques de rayons 1 et de masses $2m$ centrés en $A(2;7)$ et en $B(8;7)$, de deux cerceaux identiques de rayons 0,5 et de masses m centrés en $C(3,5;5)$ et en $D(6,5;5)$, d'un cerceau de rayon 3 et de masse $3m$ centré en $E(5;4)$, et d'une barre FG où $F(4;2,5)$ et $G(6;2,5)$. Tous les cerceaux représentés sur la figure ont une masse répartie de manière homogène et celle de FG l'est également.

- Expliquez en quelques phrases sans calculs pourquoi l'abscisse du centre de masse d'un tel système est en $x = 5$.
- Donnez la position du centre de masse du système composé uniquement des 2 oreilles de Teddy.
- Déterminez la masse que doit avoir la barre FG en fonction de m pour que le nez de Teddy soit le centre de gravité de tout le dessin et soit situé au point $N(5;3,5)$ précisément.



Solution.

- Teddy a un visage parfaitement symétrique selon une symétrie verticale. En effet, un axe vertical placé en $x = 5$ sépare parfaitement le visage en deux parties complètement identiques. La même fraction du poids de l'ourson sera donc répartie des deux côtés de l'axe, et elle le sera avec les mêmes distances par rapport à l'axe.
- Calculons le centre de masse des deux oreilles. Pour ce faire, rappelons nous qu'un objet homogène a son centre de masse en son centre. Pour cette raison, le centre de masse du cerceau de l'oreille gauche sera donc situé au point A, tandis que le centre de masse du cerceau de l'oreille droite sera situé au point B. On peut alors considérer ces deux objets comme deux masses ponctuelles. Le calcul est donc

$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B} = \frac{2m \times 2 + 2m \times 8}{2m + 2m} = \frac{20m}{4m} = 5$$

$$y_{CM} = \frac{m_A y_A + m_B y_B}{m_A + m_B} = 7$$

- Ecrivons la formule du centre de masse de tout le dessin, et imposons que celui-ci soit situé au point N. La même logique que précédemment est appliquée : tous les objets sont homogènes, et leur centre de masse se situe au milieu de l'objet. On peut alors considérer ces objets comme

des masses ponctuelles. Nous allons utiliser l'équation du centre de masse pour la composante y pour résoudre l'équation, où l'inconnue est la masse de la barre m_{FG} .

$$\begin{aligned}
 y_{CM} = 3,5 &= \frac{m_A y_A + m_B y_B + m_C y_C + m_D y_D + m_E y_E + m_{FG} y_{FG}}{m_A + m_B + m_C + m_D + m_E + m_{FG}} \\
 3,5(m_A + m_B + m_C + m_D + m_E + m_{FG}) &= m_A y_A + m_B y_B + m_C y_C + m_D y_D + m_E y_E + m_{FG} y_{FG} \\
 3,5 m_{FG} - m_{FG} y_{FG} &= m_A y_A + m_B y_B + m_C y_C + m_D y_D + m_E y_E - 3,5(m_A + m_B + m_C + m_D + m_E) \\
 m_{FG}(3,5 - y_{FG}) &= m_A y_A + m_B y_B + m_C y_C + m_D y_D + m_E y_E - 3,5(m_A + m_B + m_C + m_D + m_E) \\
 \Leftrightarrow m_{FG} &= \frac{m_A y_A + m_B y_B + m_C y_C + m_D y_D + m_E y_E - 3,5(m_A + m_B + m_C + m_D + m_E)}{(3,5 - y_{FG})} \\
 &= \frac{2m \times 2 + 2m \times 8 + m \times 3,5 + m \times 6,5 + 3m \times 5 - 3,5(2m + 2m + m + m + 3m)}{3,5 - 2,5} \\
 &= 14,5m
 \end{aligned}$$