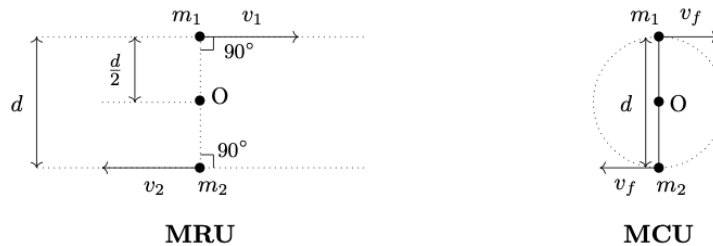


Exercices tutorat PHYS-F104 23/02/2026 – Cinématique

Question 1 (4 points) Un patineur de masse $m_1 = 70 \text{ kg}$ est en mouvement rectiligne uniforme (MRU) de vitesse $v_1 = 3,0 \text{ m/s}$. Un autre patineur de masse $m_2 = 60 \text{ kg}$ est dans un MRU de vitesse $v_2 = 3,5 \text{ m/s}$ dans une direction parallèle mais un sens opposé à celui du premier patineur. Lorsque les deux patineurs passent au plus près l'un de l'autre, à une distance $d = 1,1 \text{ m}$, ils se tiennent les mains et commencent un mouvement circulaire uniforme (MCU) de diamètre d autour d'un point O. Les deux patineurs ont la même vitesse lors de ce MCU.

Remarque : Approximez les deux patineurs comme des masses ponctuelles pour les calculs.



- Calculez le moment angulaire total par rapport au point O **juste avant** que les patineurs ne se donnent la main, comme indiqué sur la figure (gauche). Le moment angulaire est-il conservé ? Justifiez.
- Quelle est la vitesse de rotation des deux patineurs **pendant** le MCU ? La vitesse angulaire ?
- Si les patineurs tirent sur leurs bras pour se rapprocher et que le diamètre de leur MCU devient $\frac{d}{2}$, quelle valeur prend leur vitesse angulaire ?

Solution.

- D'après la règle de la main droite, le moment angulaire initial L_i sera orienté vers le bas. En le projetant sur un axe orienté vers le bas :

$$L_i = m_1 \frac{d}{2} v_1 + m_2 \frac{d}{2} v_2 = 70 \text{ kg} \frac{1,1 \text{ m}}{2} 3,0 \text{ m/s} + 60 \text{ kg} \frac{1,1 \text{ m}}{2} 3,5 \text{ m/s} = 231 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

Le moment angulaire est conservé car la somme des forces extérieures au système des deux patineurs est nulle.

- Le moment angulaire final est $L_f = m_1 \frac{d}{2} v_f + m_2 \frac{d}{2} v_f$. Or par conservation du moment angulaire, $L_i = L_f$. Et donc la vitesse tangentielle de rotation est :

$$v_f = L_i \frac{2}{d} \frac{1}{m_1 + m_2} = 231 \text{ kg m}^2/\text{s} \frac{2}{1,1 \text{ m}} \frac{1}{(70 + 60) \text{ kg}} = 3,23 \text{ m/s}$$

La vitesse angulaire est :

$$\omega = \frac{v_f}{\frac{d}{2}} = 5,87 \text{ rad/s} = 0,93 \text{ tours/s}$$

- Exprimons L_f en fonction de ω : $L_f = m_1 \left(\frac{d}{2}\right)^2 \omega + m_2 \left(\frac{d}{2}\right)^2 \omega = (m_1 + m_2) \left(\frac{d}{2}\right)^2 \omega$. Isolons ω :

$$\omega = \frac{L_f}{m_1 + m_2} \frac{4}{d^2}$$

On voit que si d est divisé par 2, ω est multipliée par 4.

$$\omega' = 4\omega = 23,5 \text{ rad/s} = 3,74 \text{ tours/s}$$

Question 2 (4 points) Lors d'une étape d'une course cycliste de 200 km de long, les 20 premiers km sont parcourus par les coureurs à vitesse constante v_0 en 30 minutes. A ce moment, un coureur nommé Alain s'échappe produisant une accélération constante « a » jusqu'au 25ème km. Il a alors 1 minute d'avance sur le peloton (le peloton franchit le 25ème km 1 minute après lui), le peloton avançant toujours à vitesse constante. A partir du 25ème km, Alain conserve la vitesse qu'il y aura atteinte.

- a) Quelle est la vitesse v_0 ?
- b) Quelle est l'accélération « a » d'Alain ?
- c) Quelle est la vitesse atteinte au 25ème km par Alain (notée v_1) ?

Le peloton se met en chasse du coureur échappé en tête de la course, afin de le rattraper avant qu'il ne finisse l'étape et que celle-ci se joue au sprint.

- d) En supposant que le coureur échappé conserve sa vitesse v_1 , quelle doit être la vitesse constante v_2 à laquelle le peloton se met à rouler au 30ème km afin de rattraper Alain 1 km avant la ligne d'arrivée ?

Solution.

a) $v_0 = \frac{20 \text{ km}}{30 \text{ min}} = \frac{20 \text{ km}}{0,5 \text{ h}} = 40 \text{ km/h}$. En m/s, on peut calculer $v_0 = \frac{20000 \text{ m}}{1800 \text{ s}} = 11 \text{ m/s}$.

b) A partir du 20e km jusqu'au 25e km, on a :

$$\text{Alain (en MRUA)} : v(t) = v_0 + at; \quad x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

$$x(t_{\text{Alain}}) = 25000 = 20000 + 11,11 t_{\text{Alain}} + \frac{a}{2} t_{\text{Alain}}^2$$

$$\text{Peloton (en MRU)} : v(t) = v_0; \quad x(t) = x_0 + v_0 t$$

$$x(t_{\text{Peloton}}) = 25000 = 20000 + 11,11 t_{\text{Peloton}}$$

On peut donc déterminer t_{Alain} , le moment auquel Alain atteindra le 25e km, et t_{Peloton} , le moment auquel le peloton atteindra le 25e km. On sait également que le peloton franchit le 25ème km 1 minute après Alain.

$$t_{\text{Peloton}} = \frac{25000 - 20000}{11,11} = 450 \text{ s.}$$

$$t_{\text{Peloton}} = t_{\text{Alain}} + 60 \text{ s}$$

$$t_{\text{Alain}} = 390 \text{ s.}$$

On peut donc reprendre l'équation de la position d'Alain au cours du temps pour trouver son accélération :

$$25000 = 20000 + 11,11 t_{\text{Alain}} + \frac{a}{2} t_{\text{Alain}}^2$$

$$a = \frac{2((25000 - 20000) - 11,11 \times 390)}{390^2} = 0,0088 \text{ m/s}^2$$

c) $v_1 = v(t_{\text{Alain}}) = 11,11 + 0,0088 \times 390 = 14,54 \text{ m/s}$.

d) Calculons d'abord le temps que met Alain pour aller du 25e km au 199e :

$$199000 = 25000 + v_1 t_A$$

$$t_A = 11967 \text{ s.}$$

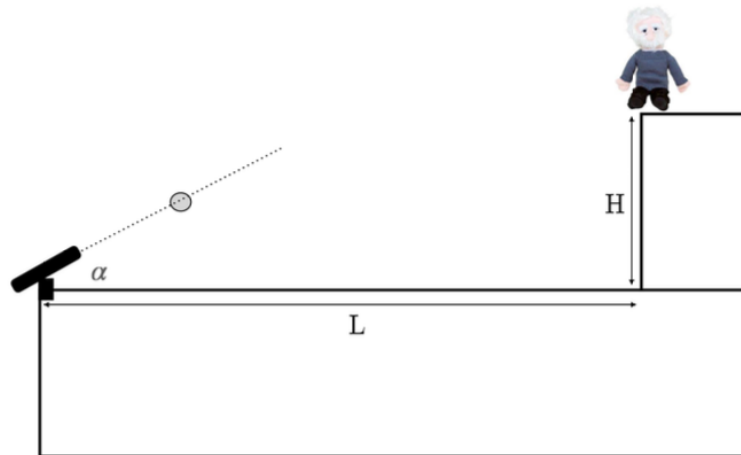
Le temps que va mettre le peloton à atteindre ce niveau est à diviser en deux parties : d'abord le temps t_1 du 25e au 30e km, qui se fera à la vitesse v_0 , puis le temps t_2 du 30e au 199e km, qui se fera à une nouvelle vitesse v_2 :

$$\begin{aligned}30000 &= 25000 + v_0 t_1 \\199000 &= 30000 + v_2 t_2 \\t_P = t_1 + t_2 &= \frac{30000 - 25000}{11,11} + \frac{199000 - 30000}{v_2}\end{aligned}$$

Comme le peloton avait une minute de retard en arrivant au 25e km, il faut que le peloton rattrape ce retard en parcourant le trajet 25e km - 199 000e km en une minute de moins, pour que le peloton et Alain arrive bien au même moment à ce niveau :

$$\begin{aligned}t_P &= t_A - 60 \text{ s} = 11907 \text{ s} \\11907 &= \frac{30000 - 25000}{11,11} + \frac{199000 - 30000}{v_2} \\v_2 &= 14,75 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Question 3 (4 points - Toutes sections) Vous êtes à la fête foraine. Afin d'offrir une peluche de rêve à votre partenaire, vous vous arrêtez au stand de tir. Vous souhaitez mettre à profit votre cours de physique afin de gagner à coup sûr. Vous devez utiliser un lanceur de balle de tennis fixe, tirant avec un angle $\alpha = 45^\circ$, afin de toucher une cible, située à une hauteur $H = 1$ m et une distance horizontale $L = 3$ m (voir schéma). Une molette permet de régler la vitesse à laquelle la balle est lancée. Une recherche rapide sur internet vous indique que la masse d'une balle de tennis est de 57 grammes. Avec quelle vitesse initiale devez-vous lancer la balle afin d'atteindre la cible ?



Solution.

$$3 = v_{0x}t = v \cos 45^\circ t \rightarrow t = \frac{6}{v\sqrt{2}}$$

$$1 = v_{0y}t - \frac{10}{2}t^2 = v \sin 45^\circ \times t - 5t^2 = 3 - 5t^2$$

$$\Rightarrow 1 = 3 - \frac{90}{v^2}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{90}{2}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{90}{2}} \text{ m/s}$$

NB : On n'a pas besoin de la masse de la balle, car l'accélération de la pesanteur est indépendante de la masse de l'objet.

Question 4 (4 points - Toutes sections) Un chien de chasse aperçoit, à 10 m de lui, un chat s'éloignant à la vitesse constante de 18 km/h. Il démarre alors avec une accélération constante de 1,5 m/s². Calculez :

- a) la durée nécessaire au chien pour rattraper le chat,
- b) la distance qu'il a dû parcourir pour le rattraper,
- c) la vitesse atteinte par le chien.

a) $x_{chat}(0) = 10 \text{ m}$
 $v_{chat} = 5 \text{ m/s}$ (constante)
 $x_{chien}(0) = 0 \text{ m}$
 $v_{chien}(0) = 0 \text{ m}$
 $a_{chien} = 1.5 \text{ m/s}^2$ (constante)

Le chien rattrape le chat quand : $x_{chat} = x_{chien}$:

MRU : $x_{chat} = x_{chat}(0) + v_{chat} t = 10 + 5t$

MRUA : $x_{chien} = x_{chien}(0) + v_{chien}(0) t + \frac{1}{2} a t^2 = 0.75t^2$

$x_{chat} = x_{chien} \rightarrow 10 + 5t = 0.75t^2$

Résolution équation deuxième degré : $0.75t^2 - 5t - 10 = 0 \rightarrow t = 8.3 \text{ s}$ (-1.6 s pas physique).

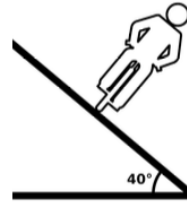
b) $x_{chien}(t) = 0.75t^2$, à $t = 8.3 \text{ s}$ $x_{chien} = 51.7 \text{ m}$

La position attendue par le chien correspond à la distance parcourue car $x_{chien}(0) = 0$.

c) $v_{chien}(t) = v_{chien}(0) + at = 1.5 t$

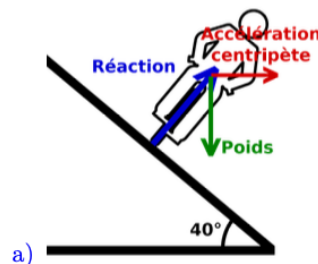
à $t = 8.3 \text{ s}$, $x_{chien} = 12.45 \text{ m/s} = 44.8 \text{ km/h}$.

Question 5 (4 points - Toutes sections) Un cycliste participe à une course dans un vélodrome. La piste présente deux lignes droites et deux courbes en demi-cercle, on s'intéresse ici au mouvement du cycliste dans l'une des courbes.



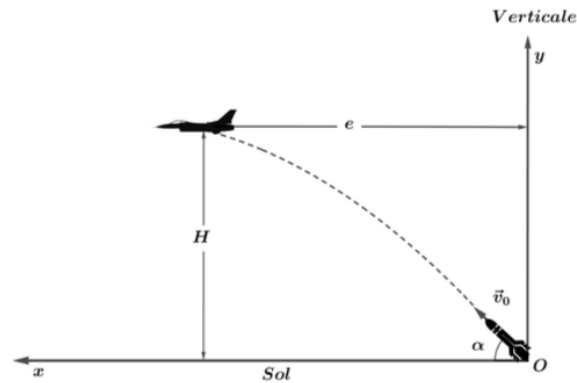
Pour simplifier le problème, on considère que, dans les courbes, la piste est inclinée d'un angle constant de 40° par rapport à l'horizontale, et que la vitesse et le rayon de courbure de la trajectoire du cycliste reste constantes tout au long de la courbe, de sorte qu'on puisse assimiler le mouvement du cycliste à un MCU. On notera le fait que la courbe est un demi-cercle, la parcourir correspond donc à effectuer une demi-période.

- Sur le schéma de droite, représenter les forces, ainsi que l'accélération centripète, qui s'appliquent sur le cycliste lorsqu'il passe dans une courbe. Négliger les forces de frottements.
- Lors d'un premier passage, le cycliste parcourt la courbe en $t = 4,85$ s. Sa trajectoire a un rayon de courbure $r = 20$ m.
Que valent la vitesse angulaire et l'accélération centripète du cycliste ?
- Lors d'un deuxième passage, le cycliste atteint la courbe avec une vitesse $v_T = 50$ km/h, qui correspond à la vitesse tangentielle qu'il conserve tout au long de son passage dans la courbe.
Quel doit être le rayon de courbure de sa trajectoire pour qu'il soit soumis à la même accélération centripète que lors de son premier passage ?
- En combien de temps le cycliste parcourt-il alors la courbe lors de son deuxième passage ?



- Le cycliste effectue une demi-période en $4,85$ s soit $\frac{T}{2} = 4,85$ s ce qui donne $T = 2 \times 4,85 = 9,7$ s. Sa vitesse angulaire est donc $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{9,7} = 0,65$ rad/s. L'accélération centripète est alors $|\vec{a}_c| = r \times \omega^2 = 20 \times 0,65^2 = 8,4$ m/s²
- On a $a_c = \frac{v_T^2}{r'}$ soit $r' = \frac{v_T^2}{a_c}$. En exprimant la vitesse tangentielle en unités du système international : $v_T = 50$ km/h = $\frac{50}{3,6} = 13,9$ m/s. Finalement : $r' = \frac{13,9^2}{8,4} = 23,0$ m
- Sachant que $v_T = \frac{2\pi \times r'}{T}$, on a $T = \frac{2\pi \times r'}{v_T} = \frac{2\pi \times 23,0}{13,9} = 10,4$ s. Pour effectuer un demi-tour, le cycliste prend donc $T/2 = 5,2$ s

Question 6 (4 points - Toutes sections) Un avion volant à une hauteur H du sol avec une vitesse constante v_a est pris pour cible par un lance-missile au sol. Lorsque l'avion passe à la verticale du lance-missile, un missile balistique est lancé avec une vitesse initiale de propulsion v_0 faisant un angle α avec le sol.



- Écrire les équations horaires de la position de l'avion : $x_a(t)$ et $y_a(t)$ en fonction de v_a et H .
- Écrire les équations horaires de la position du missile : $x_m(t)$ et $y_m(t)$ en fonction de g , v_0 et α ,
- Calculer α et v_0 pour que le missile, dans sa phase ascensionnelle, touche l'avion lorsqu'il se trouve à une distance $e = 700$ m de l'axe y , comme illustré sur la figure.
Données : $v_a = 900$ km/h et $H = 10$ km.

- Équations horaires de la position de l'avion : $x(t) = v_a t$, $y(t) = H$.
- Équations horaires de la position du missile : $x(t) = v_0 \cos(\alpha)t$, $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t$.
- $v_0 \cos(\alpha)t = v_a t \Leftrightarrow v_0 = \frac{v_a}{\cos(\alpha)}$
 $-\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t = H \Leftrightarrow -\frac{1}{2}gt^2 + v_a \tan(\alpha)t - H = 0$,
 $t = e/v_a \Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{H}{e} + \frac{ge}{2v_a^2}\right) = 86^\circ \Rightarrow v_0 = 3584$ m/s.

Question 7 (4 points - Toutes sections) Une voiture roule à vitesse constante $v_0 = 54 \text{ km/h}$ en ligne droite. Au temps t_0 , le conducteur aperçoit un obstacle, mais ne commence à freiner avec une décélération constante de norme $a_0 = 7,50 \text{ m/s}^2$ qu'au bout d'un temps de réaction $\epsilon = 0,6 \text{ s}$.

- Calculez le temps mis par le véhicule depuis l'instant initial t_0 jusqu'à l'arrêt de la voiture.
- Calculez la distance parcourue par le véhicule depuis l'instant initial t_0 jusqu'à l'arrêt de la voiture.

Un point est situé à 30 cm du centre de la roue de la voiture. A partir de $t = \epsilon$, la roue commence à rouler de moins en moins vite. Sachant qu'à $t = \epsilon$ le point tourne avec une vitesse tangentielle de 1 m/s et en utilisant le temps pendant lequel la voiture freine, calculez :

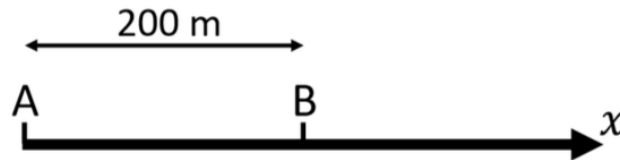
- L'accélération angulaire de la roue pendant la durée du freinage ;
- La vitesse tangentielle du point au bout de 2 secondes depuis $t = \epsilon$.

Solution.

- On cherche à avoir $v(t_{stop}) = 0$, soit $-a_0(t_{stop} - \epsilon) + v_0 = 0$. On obtient : $t_{stop} = \frac{v_0}{a_0} + \epsilon = 2,60 \text{ s}$.
- La distance de freinage peut être calculé en deux étapes :
Distance entre $t = 0$ et $t = \epsilon$, MRU : $d_1 = x(\epsilon) - x(0) = v_0 \epsilon = 9 \text{ m}$
Distance entre $t = \epsilon$ et $t = t_{stop}$, MRUA : $d_2 = x(t_{stop}) - x(\epsilon) = v_0 (t_{stop} - \epsilon) - \frac{1}{2}(t_{stop} - \epsilon)^2 a_0 = 15,0 \text{ m}$
La distance de freinage est donc : $d_{stop} = d_1 + d_2 = 24,0 \text{ m}$.
- Pour un mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA) : $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{R} \times \frac{1}{\Delta t} = -\frac{v_0}{R \Delta t}$, avec $\Delta t = t_{stop} - \epsilon = 2 \text{ s}$. Ceci donne : $\alpha = -\frac{v_0}{2R} = 1.66 \text{ rad/s}^2$
- Au bout de 2 sec depuis $t = \epsilon$, la voiture est à l'arrêt, donc la vitesse du point est nulle, $v_p = 0 \text{ m/s}$.

Question 8 (4 points - Toutes sections) Une voiture part du repos, avec une accélération constante de $0,5 \text{ m/s}^2$ du point A. Deux secondes plus tard, un piéton part avec une vitesse constante de 10 km/h d'un point B situé à 200 m du point A, dans la même direction et dans le même sens que la voiture.

- Déterminez la vitesse et la distance parcourue par la voiture durant les deux premières secondes, avant le départ du piéton.
- En considérant le moment où le piéton part comme $t = 0 \text{ s}$, et en prenant le point A comme origine $x = 0 \text{ m}$, quand est-ce que la rencontre entre la voiture et le piéton se produit ?
- Quelle distance a parcouru chaque mobile jusqu'à la rencontre ?



Solution.

- La voiture effectue un MRUA à 1D.

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v(t) = v_0 + a t$$

où $x_0 = 0 \text{ m}$, $v_0 = 0 \text{ m/s}$, $a = 0,5 \text{ m/s}^2$ et on évalue la position de la voiture après un temps $t = 2 \text{ s}$:

$$x(t = 2) = 1 \text{ m}$$

$$v(t = 2) = 1 \text{ m/s}$$

- On "réinitialise" notre échelle de temps, et notre nouveau temps initial $t = 0 \text{ s}$ correspond donc à une position initiale de $x_{0,voit} = 1 \text{ m}$ pour la voiture. Les équations pour la voiture (en MRUA) et pour le piéton (en MRU) sont maintenant :

$$x_{voit}(t) = 1 + 1 \times t + \frac{1}{2} t^2$$

$$x_{piet}(t) = 200 + 2,777 \times t$$

La voiture et le piéton se rencontreront au moment t où $x_{voit}(t) = x_{piet}(t)$:

$$1 + 1 \times t + \frac{1}{2} t^2 = 200 + 2,777 \times t$$

$$\frac{t^2}{2} - 1,777t - 199 = 0$$

On peut résoudre cette équation avec la méthode du discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1,777)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right)(-199) = 202,16$$

$$t_{1,2} = \frac{1,777 \pm \sqrt{\Delta}}{2 \times \frac{1}{2}}$$

$$t_1 = 32 \text{ s}$$

$$t_2 = -24,88 \text{ s}$$

On néglige clairement la solution t_2 qui n'a pas de sens physique.

c) Il ne reste qu'à remplacer ce temps trouvé :

$$x_{voit}(t = 32) = 1 + 1 \times 32 + \frac{1}{4}32^2 = 289 \text{ m}$$

$$x_{piet}(t = 32) = 200 + 2,777 \times 32 = 289 \text{ m}$$

Et les distances parcourues sont :

$$x_{voit}(t = 32) - x_{voit}(t = 0) = 289 - 0 = 289 \text{ m}$$

$$x_{piet}(t = 32) - x_{piet}(t = 0) = 289 - 200 = 89 \text{ m}$$

Question 9 (4 points - Toutes sections)

Afin d'entraîner les astronautes à résister à des accélérations de plusieurs g , l'Agence Spatiale Européenne dispose, dans son centre de recherche aux Pays-Bas, d'une centrifugeuse de 8 mètres de diamètre.

- Sachant que la centrifugeuse peut atteindre au maximum 70 rotations par minute, avec un mouvement circulaire uniforme, quelle est l'accélération maximale que peut fournir la centrifugeuse ? Exprimer ce résultat en terme de g .
- Lors de leur entraînement, les astronautes sont exposés à une accélération correspondant à $8g$. Quelle doit être alors la vitesse angulaire ω de la centrifugeuse ? Quelle est dans ce cas la vitesse tangentielle au bout des bras de la centrifugeuse ?
- Une personne ayant une masse de 65 kg est exposée à $8g$ dans la centrifugeuse. Quel est son poids apparent ? On ne prendra pas en compte l'attraction de la Terre.

Solution.

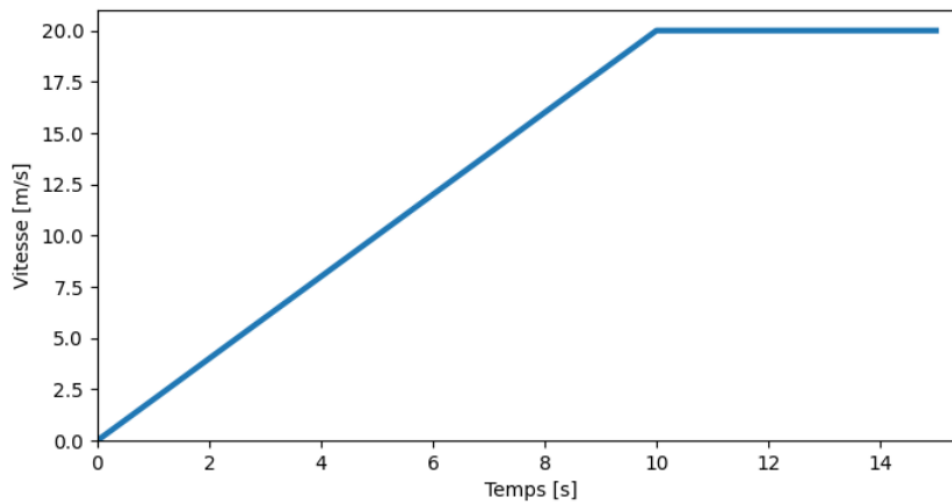
- 70 rotations par minutes correspond à une vitesse angulaire de $\omega = \frac{70 \times 2\pi}{60} = 7,3 \text{ rad/s}$ ($= 420^\circ/\text{s}$)
On donne un diamètre de 8 m ce qui correspond à un rayon $r = 4 \text{ m}$
L'accélération est alors $a_c = \omega^2 \times r = 7.3^2 \times 4 = 2,15 \times 10^2 \text{ m/s}^2$
Soit encore $a_c = 2.15 \times 10^2 / 9.81 = 21.9g$
- Avec un rayon $r = 4 \text{ m}$ et une accélération $a_c = 8g = 8 \times 9.81 = 78,5 \text{ m/s}^2$, la vitesse angulaire de la centrifugeuse doit être $\omega = \sqrt{\frac{a_c}{r}} = \sqrt{\frac{78.5}{4}} = 4,43 \text{ rad/s}$ ($= 254^\circ/\text{s}$)
La vitesse tangentielle est alors $v_T = \omega \times r = 4.43 \times 4 = 17,7 \text{ m/s}$
- $P_{app} = m \times a_c = 65 \times 78.5 = 5,1 \times 10^3 \text{ N}$

Question 10(4 points - Toutes sections) Un objet initialement au repos se déplace en mouvement rectiligne uniformément accéléré pendant 10 secondes, puis continue en mouvement circulaire uniforme dont la période de révolution vaut 5 secondes.

- Quelle est la distance parcourue par l'objet durant les 10 premières secondes en supposant qu'au bout de ces 10 secondes, il ait atteint la vitesse de $v = 20 \text{ m/s}$?
- L'objet se déplace alors en mouvement circulaire uniforme à cette même vitesse $v = 20 \text{ m/s}$ pendant 5 secondes. Quelle est la valeur de la vitesse angulaire ω et du rayon R ?
- Tracez le graphe de la vitesse v en fonction du temps pour les 15 secondes de mouvement.
- Déterminez la distance totale parcourue par l'objet au bout des 15 secondes de mouvement.

Solution.

- L'équation du mouvement rectiligne uniformément accéléré et initialement au repos est donnée par $d = \frac{1}{2}at^2$ avec $a = \frac{20 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2$. On obtient donc $d = 100 \text{ m}$.
- La vitesse angulaire vaut $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5 \text{ s}} = 1.26 \text{ rad/s}$. Le rayon vaut $R = \frac{v}{\omega} = \frac{20 \text{ m/s}}{1.26 \text{ rad/s}} = 15.87 \text{ m}$.
- Le graphique de la vitesse en fonction du temps se décompose en deux mouvements (voir ci-dessous). De 0 s à 10 s , la vitesse augmente linéairement (MRUA). De 10 s à 15 s , la vitesse est constante (MCU).



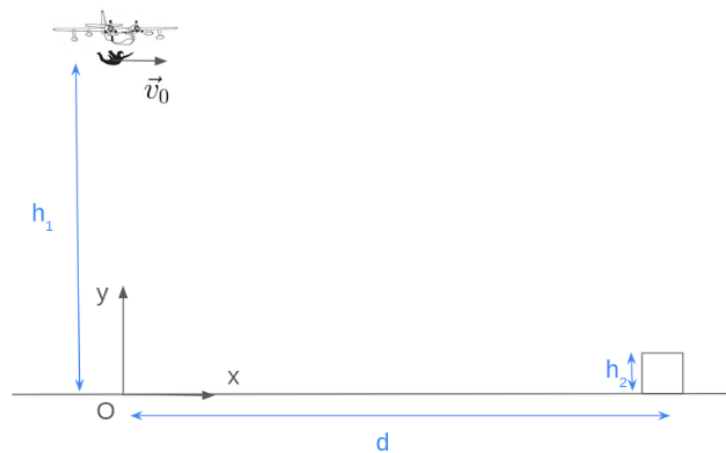
- La distance totale parcourue : $d_{MRUA} + d_{MCU} = 100 \text{ m} + 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 5 \text{ s} = 200 \text{ m}$.

Question 11 (4 points - Toutes sections) En 2016, un américain a sauté d'un avion sans parachute à 7620 m d'altitude pour atterrir au centre d'un grand filet placé à 70 m du sol, battant ainsi un record du monde. On étudie sa trajectoire en supposant les frottements de l'air négligeables. On suppose que l'avion se déplaçait parallèlement au sol en direction du filet, avec une vitesse constante de 160 km/h.

- Faites un schéma de la situation et donnez l'équation qui décrit la position horizontale de l'homme en fonction de son altitude.
- A quelle distance horizontale du filet doit-il sauter pour atterrir au centre de ce dernier ?
- Combien de temps dure sa chute libre ?
- Avec quel angle par rapport à l'horizontal arrive-t-il dans le filet ?

Solution.

a)



La chute de l'américain correspond à un MRU selon l'axe x et un MRUA selon l'axe y . Les équations qui décrivent son mouvement en fonction du temps sont donc :

$$x(t) = v_0 t \quad (1)$$

$$y(t) = h_1 - g \frac{t^2}{2} \quad (2)$$

où $t = 0$ correspond au moment où l'américain saute de l'avion.

En mettant t en évidence dans (2), on trouve :

$$t = \pm \sqrt{\frac{2(h_1 - y)}{g}}$$

En particulier, on garde le signe $+$ car les temps considérés ici sont positifs. Ensuite, on injecte dans (1) et on trouve :

$$x(y) = v_0 \sqrt{\frac{2(h_1 - y)}{g}} \quad (3)$$

b) On prend $y = h_2$ dans (3) et on utilise les valeurs numériques données dans l'énoncé, on trouve alors :

$$d = x(h_2) = v_0 \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}} = 1,727 \text{ km}$$

c) Le temps qu'il met pour arriver dans le filet est :

$$t = \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}} = 38,9 \text{ s}$$

d) Pour trouver l'angle, il faut trouver les deux composantes de la vitesse lorsqu'il arrive dans le filet. On a :

$$v_x(t_f) = v_0 \quad (4)$$

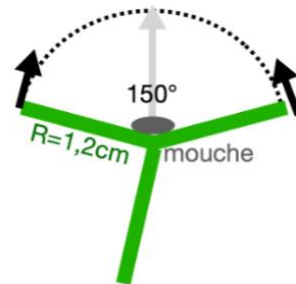
$$v_y(t_f) = -gt_f = -g \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}} \quad (5)$$

Le vecteur vitesse étant tangent à la trajectoire, son orientation au moment où l'américain tombe dans le filet va correspondre à l'angle d'arrivée demandé. En particulier, l'angle par rapport à l'horizontal est :

$$\alpha = \arctan \left(\frac{v_y(t_f)}{v_x(t_f)} \right) = \arctan \left(\frac{-g}{v_0} \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}} \right) = -83,5^\circ$$

Question 12 (4 points - Toutes sections) La *Dionaea muscipula*, ou Dionée attrape-mouche, est une plante carnivore qui se nourrit d'insectes. Lorsqu'elle est ouverte, un insecte qui se pose peut déclencher la fermeture des lobes, piégeant ainsi l'insecte. Grâce à une caméra et un logiciel informatique, des étudiants de biologie de l'ULB ont observé le mouvement de fermeture des lobes. On supposera pour simplifier que c'est un mouvement circulaire uniforme, de rayon $R=1.2$ cm. Ils ont mesuré la vitesse tangentielle d'un point situé sur le bord de la plante et ont trouvé 2.4 cm/s.

- Calculez la vitesse angulaire correspondante, l'accélération centripète, et le temps nécessaire pour que la plante se referme si, à l'instant initial, l'angle d'ouverture est de 150 degrés, comme le montre le schéma ci-dessous.
- Une mouche se pose au centre de la plante et le mécanisme de fermeture se déclenche. Après un temps de réaction de 200 milliseconde, elle s'envole vers le haut, dans la direction verticale, pour essayer de s'échapper, avec une accélération de 6 m/s^2 . Parviendra-t-elle à s'échapper avant que la plante carnivore ne se referme ?



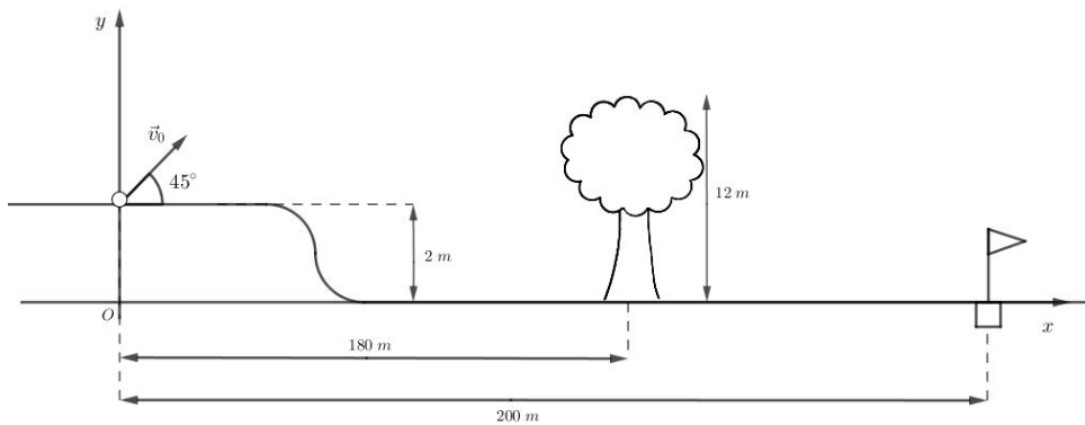
Solution.

- Vitesse angulaire : $\omega = \frac{v_t}{R} = \frac{0.024}{0.012} = 2 \text{ rad/s}$

Accélération centripète : $a_c = \omega^2 R = 2^2 \times 0.012 = 0.048 \text{ m/s}^2$

Temps de fermeture : $t\omega = 75^\circ \times \frac{2\pi}{360^\circ} \rightarrow t = 0.65 \text{ s.}$
- MRUA : $0.012 = 6 \times \frac{t_m^2}{2} \rightarrow t_m = \sqrt{0.012/3} = 0.063 \text{ s.}$ Si on ajoute le temps de réaction, la mouche prend 0.263 s pour s'échapper ce qui est inférieur au temps nécessaire à la plante pour se refermer.

Question 13 (4 points - Toutes sections) La figure ci-dessous, pas à l'échelle, schématise un parcours de golf. Le joueur désire envoyer la balle dans le trou situé en contrebas (drapeau). Le terrain de golf est toutefois bordé par un rideau d'arbres d'une hauteur de 12 m. Le joueur frappe sur la balle qui part avec un angle de 45° par rapport à l'horizontale, comme indiqué sur le schéma.



- Ecrire les équations du mouvement $x(t)$ et $y(t)$ de la position de la balle selon les axes x et y respectivement. En déduire l'équation cartésienne $y(x)$ de la trajectoire de celle-ci.
- Déterminer la vitesse initiale v_0 que le joueur doit communiquer à la balle s'il désire que celle-ci frôle la cime des arbres.
- La balle tombe-t-elle alors directement dans le trou (sans rouler)? Sinon, à quelle distance du drapeau celle-ci touche-t-elle le sol?

Solution.

- Nous nous trouvons dans le cas d'une chute libre pour laquelle les équations générales sont :

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0 \cos(\theta)t \\ y(t) = y_0 + v_0 \sin(\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Dans le cadre de cet exercice, ceci devient

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos(45^\circ)t \\ y(t) = 2 + v_0 \sin(45^\circ)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Ensuite pour obtenir l'équation de $y(x)$, il suffit d'isoler t dans $x(t)$ afin de l'injecter dans $y(t)$:

$$\begin{cases} t = \frac{x}{v_0 \cos(45^\circ)} \\ y(x) = 2 + \tan(45^\circ)x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2(45^\circ)}x^2 \end{cases} = \begin{cases} t = \frac{\sqrt{2}x}{v_0} \\ y(x) = 2 + x - \frac{g}{v_0^2}x^2 \end{cases}$$

en se rappelant que $\cos(45^\circ) = 1/\sqrt{2}$.

- Nous aimerions que la balle frôle la cime des arbres, c'est-à-dire que le point $y(x = 180 \text{ m}) = 12 \text{ m}$ fasse partie de la trajectoire $y(x)$. Cela n'arrivera que si la vitesse initiale v_0 prend une valeur bien précise. Pour la déterminer, nous allons isoler v_0 dans $y(x)$ et remplacer x et y par 180 m et 12 m :

$$v_0 = \sqrt{\frac{gx^2}{x + 2 - y}} = 44 \text{ m/s.}$$

- c) Pour cette dernière question, nous voulons savoir si la balle atterrit directement dans le trou (*hole in one*). Pour cela nous allons traduire la condition "toucher le sol" en équation. Cela se produit lorsque $y = 0$ m. Nous allons introduire cette condition dans $y(x)$ et trouver x qui résout cette équation car nous connaissons maintenant toutes les autres variables. Cela se traduit par l'équation du second degré en x suivante :

$$2 + x - \frac{g}{v_0^2}x^2 = 0$$

pour laquelle le delta vaut $\Delta = 1 + \frac{8g}{v_0^2}$ qui est positif. Nous avons donc deux solutions à cette équation :

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{\Delta}}{2g/v_0^2} = \frac{v_0^2}{2g} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{8g}{v_0^2}} \right)$$

La solution avec le $-$ donnant un résultat négatif, ce n'est pas celle que nous recherchons. Nous obtenons donc :

$$x = \frac{v_0^2}{2g} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8g}{v_0^2}} \right) = 192 \text{ m.}$$

La balle n'atterrit donc pas directement dans le trou mais à 8 m du drapeau.