

Exercices tutorat PHYS-F103 04/03/2026 – Travail et énergie

1. Théorème de l'énergie cinétique : Un objet de 2 kg, initialement immobile, est accéléré par une force constante de 8 N. Que vaut sa vitesse à l'instant où il s'est déplacé de 2 m ?

Par le théorème de l'énergie cinétique, le travail total des forces extérieures sur un déplacement allant d'un point A à un point B est donné par la différence d'énergie cinétique entre le point A et le point B. Dans ce cas, la force constante de 8 N est la seule force extérieure et son travail W_{AB} peut donc s'écrire comme :

$$W_{AB} = K_B - K_A = \frac{1}{2}mv_B^2 - 0.$$

*En effet, la vitesse initiale est nulle. On recherche la vitesse finale v_B .
Pour trouver cette vitesse, remarquons qu'on peut également exprimer directement le travail à partir de la force $\vec{F}$ de 8 N et du déplacement $\vec{d}_{AB}$ de 2 m :*

$$W_{AB} = \vec{F} \cdot \vec{d}_{AB} = F d_{AB},$$

car la force et le déplacement sont parallèles. On trouve donc :

$$F d_{AB} = \frac{1}{2}mv_B^2 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{\frac{2F d_{AB}}{m}} = \boxed{4 \text{ m/s}}.$$

Remarque : Il était également possible de résoudre ce problème à partir des équations du mouvement, sans utiliser la conservation de l'énergie, en partant de la 2^e loi de Newton.

2. Puissance : Le moteur d'une voiture électrique de 2,0 t déploie une puissance constante de 200 kW. En combien de temps la voiture peut-elle atteindre une vitesse de 100 km/h ?

Soit $M = 2000 \text{ kg}$ la masse de la voiture et $P = 2,00 \times 10^5 \text{ W}$ la puissance du moteur. Soit v la vitesse à atteindre, $v = 100 \text{ km/h} = 27,8 \text{ m/s}$.

Par le théorème de l'énergie cinétique, le travail accompli pendant un certain temps est égal à la variation d'énergie cinétique : $W = K_f - 0 = \frac{1}{2}Mv^2$ (puisque la vitesse initiale est nulle).

Puisque la puissance est constante, le travail accompli pendant un intervalle de temps Δt vaut simplement $W = P\Delta t$. On recherche Δt pour atteindre une vitesse v : en utilisant le résultat ci-dessus et en isolant Δt , on trouve :

$$\Delta t = \frac{W}{P} = \frac{Mv^2}{2P} = \boxed{3,9 \text{ s}}.$$

3. Satellites en orbite et vitesse de libération : Un satellite de 150 kg est en orbite circulaire stable autour de la Terre et possède une vitesse de 6 km/s en module. Trouvez :

- a) son énergie cinétique,
- b) son énergie potentielle,
- c) son énergie mécanique,
- d) l'énergie minimale qu'il faut fournir pour libérer le satellite de l'attraction terrestre, à partir de cette orbite.

a) L'énergie cinétique se trouve directement d'après la définition :

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

où $m = 150$ kg est la masse du satellite et $v = 6\,000$ m/s est sa vitesse. On a donc :

$$K = \boxed{2,7 \times 10^9 \text{ J}}.$$

- b) L'énergie potentielle de gravitation (sous-entendu : par rapport à l'énergie potentielle si la distance entre le satellite et le centre de la Terre était infinie, puisque cette énergie potentielle est fixée à 0 par convention) vaut :

$$U = -\frac{GmM_T}{R}, \quad (1)$$

où M_T est la masse de la Terre et R est le rayon de l'orbite (c'est-à-dire la distance entre le satellite et le centre de la Terre). On ne connaît pas R (et on ne peut même pas supposer qu'on connaît M_T , qui n'est pas donné dans l'énoncé), il va donc falloir une autre relation pour le déterminer.

On sait que le mouvement est un MCU ; on a donc la relation suivante entre l'accélération, la vitesse et le rayon de la trajectoire circulaire :

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

L'accélération est due entièrement à la force de gravitation sur le satellite, qui est la seule force externe qui s'applique sur lui. La deuxième loi de Newton donne donc :

$$|\vec{F}_G| = \frac{GmM_T}{R^2} = ma = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow \frac{GM_T}{R} = v^2.$$

En injectant ce résultat dans (1), on trouve ainsi :

$$U = -mv^2 = -2K = \boxed{-5,4 \times 10^9 \text{ J}}.$$

- c) L'énergie mécanique est simplement la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle :

$$E_{\text{méc}} = K + U = -K = \boxed{-2,7 \times 10^9 \text{ J}}.$$

- d) Libérer le satellite signifie que le satellite possède suffisamment d'énergie aller jusqu'à une distance « infinie » de la Terre, de telle sorte que leur énergie potentielle gravitationnelle devient nulle (càd : le satellite ne ressent plus l'effet gravitationnel dû à la Terre). L'énergie minimale est celle qui lui donnera une vitesse nulle lorsqu'il sera à une distance tendant vers l'infini.

On recherche donc l'énergie à fournir pour que l'énergie mécanique finale soit nulle (énergie potentielle nulle, et vitesse nulle), à partir d'une énergie mécanique $E_{\text{méc}} = -2,7 \times 10^9$ J :

$$E_{\text{requis}} = 0 - E_{\text{méc}} = \boxed{+2,7 \times 10^9 \text{ J}}.$$

4. Soit une force $\vec{F} = -\frac{A_0}{r^2} \vec{u}_r$, où A_0 est une constante qui vaut $1,2 \text{ mN m}^2$. Calculer le travail de cette force lorsque son point d'application est déplacé de $r_A = 1,2 \text{ m}$ à $r_B = 12 \text{ m}$; le vecteur unitaire $\vec{u}_r$ est radial, orienté vers la direction opposée à l'origine du système de référence.

Le travail d'une force entre un point A et un point B s'exprime comme

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Ici, le chemin suivi est un segment de droite radial allant de $r = r_A$ à $r = r_B$ par rapport à l'origine du système de coordonnées. Le vecteur déplacement infinitésimal s'exprime donc comme $d\vec{l} = dr \vec{u}_r$. On peut donc effectuer le produit scalaire à l'intérieur de l'intégrale, qui se calcule dès lors directement comme une intégrale en une dimension :

$$W = \int_{r_A}^{r_B} -\frac{A_0}{r^2} \vec{u}_r \cdot dr \vec{u}_r = -A_0 \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = +A_0 \left[\frac{1}{r} \right]_{r_A}^{r_B} = A_0 \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) = \boxed{-0,9 \text{ mJ}}.$$

5. Soit la force $\vec{F} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y$. De combien varie l'énergie potentielle associée à cette force lorsque l'on se déplace de l'origine O du système d'axes Oxy à un point P de coordonnées (8 m; 10 m) ?

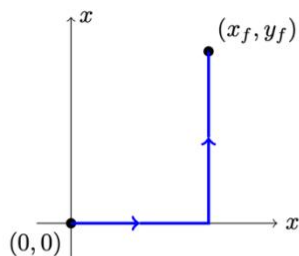
La variation d'énergie potentielle entre le point (0,0) et le point $(x_f, y_f) = (8 \text{ m}, 10 \text{ m})$ est donnée par le travail de la force $\vec{F}$ sur un chemin reliant ces deux points :

$$\Delta U = - \int_{(0,0)}^{(x_f, y_f)} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Comme la force $\vec{F}$ est conservative (on ne l'a pas démontré, mais vous pouvez le vérifier si vous connaissez le critère — de toute façon, l'énergie potentielle n'est pas définie pour une force non conservative), cette intégrale ne dépend pas du chemin suivi. On va donc choisir un chemin simple, en deux segments de droite le long des deux axes, comme :

$$(0, 0) \longrightarrow (x_f, 0) \longrightarrow (x_f, y_f)$$

(cf schéma ci-dessous).



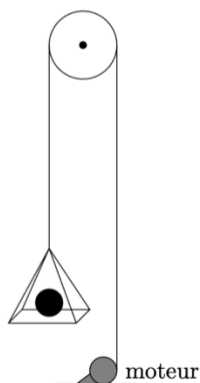
L'intégrale se décompose donc en deux parties : la première partie, horizontale, où $d\vec{l} = dx \vec{u}_x$, et la deuxième partie, verticale, où $d\vec{l} = dy \vec{u}_y$:

$$\Delta U = - \int_{(0,0)}^{(x_f, 0)} \vec{F} \cdot dx \vec{u}_x - \int_{(x_f, 0)}^{(x_f, y_f)} \vec{F} \cdot dy \vec{u}_y = \int_0^{x_f} x dx + \int_0^{y_f} y dy = -\frac{x_f^2}{2} - \frac{y_f^2}{2} = \boxed{-82 \text{ J}}.$$

Remarquez que dans la deuxième égalité, on aurait dû remplacer les « y » dans la première intégrale par 0 et les « x » dans la seconde par x_f (cf les bornes de l'intégrale). Dans ce cas précis, cette étape n'était pas nécessaire car la composante x de $\vec{F}$ ne comprenait pas de y et la composante y de $\vec{F}$ ne comprenait pas de x.

6. Un monte-charge consiste en un plateau sur lequel une charge est installée. Ce plateau est suspendu à un câble, qui passe sur une poulie et est actionné par un moteur (voir figure).

- Quel travail le monte-charge effectue-t-il lorsqu'il monte une charge de 60 kg, comprenant la masse du plateau et de ses accessoires, d'une hauteur de 3 m ?
- Quelle doit être la puissance moyenne du moteur pour que ce travail soit effectué en une minute ?
- Sachant que la poulie a un rayon de 25 cm, quelle est sa vitesse angulaire moyenne ?
- Lorsque la charge est arrivée en haut, le câble casse et la charge retombe sur le sol, 3 m plus bas. Avec quelle vitesse arrive-t-elle sur le sol ? On néglige la résistance de l'air.
- Combien de temps mettra-t-elle pour arriver au sol ?



- a) Le travail du monte-charge (qui se traduit par le travail de la force de tension $\vec{F}_T$ dans la corde qui tire le plateau) est l'opposé du travail de la force de pesanteur sur le plateau. En effet (c'est sous-entendu par l'énoncé), la vitesse initiale et la vitesse finale sont nulles (ou négligeables), donc le théorème de l'énergie cinétique impose

$$W_{m\vec{g}} + W_{\vec{F}_T} = K_f - K_i = 0 \quad \Rightarrow \quad W_{\vec{F}_T} = -W_{m\vec{g}}.$$

Le travail de la force de pesanteur se calcule directement grâce à l'énergie potentielle associée :

$$W_{m\vec{g}} = -\Delta U_{m\vec{g}} = -mgh,$$

où $m = 60 \text{ kg}$ est la masse du plateau et des accessoires, et $h = 3 \text{ m}$ est la hauteur parcourue. Le travail du monte-charge est donc :

$$W_{\vec{F}_T} = +mgh = \boxed{1\,800 \text{ J}}.$$

- b) La puissance moyenne sur un temps Δt est donnée par $P = W/\Delta t$, où W est le travail effectué pendant ce temps (ici, le travail calculé au point précédent). La puissance moyenne pendant $\Delta t = 1 \text{ minute} = 60 \text{ s}$ est donc :

$$P = \frac{mgh}{\Delta t} = \boxed{30 \text{ W}}.$$

- c) La vitesse angulaire moyenne de rotation ω de la poulie, en mouvement circulaire, est directement reliée à la vitesse moyenne v de la corde (qui est aussi celle à laquelle le plateau monte, puisque l'ensemble se déplace en même temps) :

$$\omega = \frac{v}{R},$$

où $R = 25 \text{ cm}$ est le rayon de la poulie. Puisque le plateau met une minute pour monter 3 m , sa vitesse moyenne vaut $v = 3 \text{ m}/60 \text{ s} = 0,05 \text{ m/s}$ et sa vitesse angulaire vaut donc $\omega = 0,05/0,25 = \boxed{0,2 \text{ rad/s}}$.

- d) Il y a deux manières différentes de répondre à cette question : soit en utilisant les équations du mouvement pour la chute libre, soit en utilisant la conservation de l'énergie. On choisit cette deuxième méthode.

Initialement, la charge a une énergie cinétique nulle (vitesse nulle) et une énergie potentielle mgh où $h = 3 \text{ m}$. À la fin du mouvement, elle a une énergie potentielle nulle et une énergie cinétique $\frac{1}{2}mv_f^2$, où v_f est la vitesse finale que l'on recherche. Par la conservation de l'énergie, on trouve :

$$mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 \Rightarrow v_f = \sqrt{2gh} = \boxed{7,8 \text{ m/s}}.$$

Remarque : Certains pourraient avoir pris la vitesse v du point précédent comme vitesse initiale. Avec deux chiffres significatifs, cela ne change pas la réponse car cette contribution est négligeable ($v^2 \ll 2gh$).

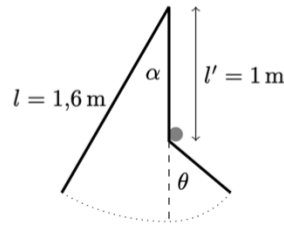
- e) Comme on demande un temps, on doit utiliser cette fois les équations du mouvement (la conservation de l'énergie ne permet jamais de déterminer un temps). Il s'agit d'une chute libre, donc la position verticale en fonction du temps est donnée par :

$$y(t) = h - g\frac{t^2}{2}$$

où $h = 3 \text{ m}$ est la hauteur initiale. On recherche le temps t_f pour que $y(t_f) = 0$, c'est-à-dire :

$$0 = h - g\frac{t_f^2}{2} \Rightarrow t_f = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \boxed{0,77 \text{ s}}.$$

7. Un pendule est constitué d'une masse de 0,7 kg suspendue à un fil de longueur 1,6 m. La masse part du repos lorsque le fil fait un angle de 30° par rapport à la verticale. On modifie la trajectoire en plaçant un clou 1 m en dessous du point de fixation du fil, sur la verticale. Quel est l'angle maximum $\theta_{\max}$ que va faire le fil avec la verticale après avoir touché le clou ?



On utilise la conservation de l'énergie. Lorsque le pendule rebrousse chemin, à gauche ou à droite, son énergie cinétique est nulle. Donc son énergie est constitué uniquement de l'énergie potentielle de pesanteur, $E = mgz$. Le pendule conservant son énergie, aura le même $z_{\max}$ à gauche et à droite. On appellera α l'angle initial entre la corde et la verticale, l la longueur du fil, l' la distance entre le point de fixation et le clou (cf schéma). En projetant les distances sur un axe vertical, on obtient la relation :

$$l \cos \alpha = l' + (l - l') \cos \theta$$

$$\frac{l \cos \alpha - l'}{l - l'} = \cos \theta$$

$$\theta = \arccos \left(\frac{l \cos \alpha - l'}{l - l'} \right) = \boxed{50^\circ}.$$

8. Un étudiant de 60 kg décide d'escalader un massif montagneux haut de 500 m.

- En supposant que le rendement des muscles est de 15 %, quelle est l'énergie dépensée lors de l'ascension ? Donner une réponse en kilocalorie (1 cal = 4,2 J).
- Affamé par une telle épreuve, l'étudiant se rassasie en mangeant un hamburger (509 kcal) accompagné d'une portion de frites (340 kcal) et d'un soda (170 kcal). Quelle est la hauteur de la montagne qu'il aurait fallu escalader pour que l'étudiant dépense plus de calories qu'il n'en consomme lors de son escapade ?
 - On suppose que l'énergie cinétique vaut 0 à la fois au début et à la fin du mouvement. Par le théorème de l'énergie cinétique, on a donc :

$$W - \Delta U = 0,$$

où $\Delta U = mgh$ est la différence d'énergie potentielle entre le haut et le bas de la montagne et W est le travail fourni pour effectuer l'ascension. Cependant, il faut tenir compte du rendement $\tau = 15\%$: pour une énergie dépensée par les muscles E , seul un travail $W = \tau E$ sera effectué. La relation précédente doit donc plutôt s'écrire :

$$\tau E - \Delta U = 0 \quad \Rightarrow \quad E = \frac{mgh}{\tau} = 1,96 \times 10^6 \text{ J} = \boxed{473 \text{ kcal}}.$$

- En utilisant la même relation que précédemment pour $E = 1019 \text{ kcal}$, on trouve :

$$h = \frac{E\tau}{mg} = \boxed{1091 \text{ m}}.$$