

Exercices tutorat PHYS-H101 10/03/2026 – Dynamique

1. Premier principe : Un avion de 2000 kg est en vol horizontal à vitesse constante. Que vaut la force verticale de portée de l'air ?

L'avion de masse $m = 2000$ kg est en vol horizontal à vitesse constante. Le mouvement est donc rectiligne uniforme (MRU). D'après la première loi de Newton, la résultante des forces extérieures appliquées à l'avion est donc nulle. La norme de la portée de l'air F_{air} est donc égale à la norme du poids : $F_{\text{air}} = mg$. Application numérique avec $g = 9,81 \text{ m/s}^2$: $F_{\text{air}} = 19,6 \text{ kN}$.

2. Deuxième loi de Newton : Soit une particule ponctuelle de masse $m = 2$ kg animée d'un MRUA d'accélération $a_x = 2 \text{ m/s}^2$ et $a_y = 3 \text{ m/s}^2$.

- a) Quel est le module de la force totale qui agit sur la particule ?
- b) Quelle est son orientation par rapport à l'axe x ?

L'accélération de particule s'écrit $\vec{a} = a_x \vec{u}_x + a_y \vec{u}_y$.

- a) *La particule de masse m est animée d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA). D'après la 2^e loi de Newton, la force totale agissant sur la particule est :*

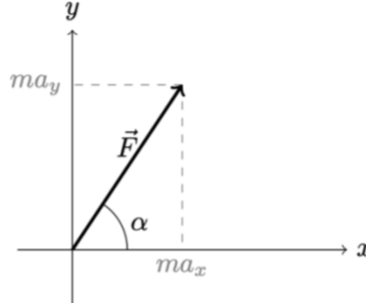
$$\vec{F} = m\vec{a} = ma_x \vec{u}_x + ma_y \vec{u}_y$$

Son module se calcule à partir des composantes :

$$F = |\vec{F}| = \sqrt{(ma_x)^2 + (ma_y)^2}$$

Le module vaut donc $F = m\sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ de valeur $F = 7 \text{ N}$.

- b) *Soit α , l'angle du vecteur force $\vec{F}$ par rapport à l'axe des x :*



$$\tan \alpha = \frac{a_y}{a_x} \Leftrightarrow \alpha = \arctan \frac{a_y}{a_x} \text{ de valeur } \alpha = 56^\circ.$$

3. Force gravitationnelle : Calculez le module de la force d'attraction qui s'exerce entre un homme de 80 kg et une femme de 60 kg se tenant à 10 m l'un de l'autre.

Le module de la force gravitationnelle qui s'exerce entre un homme de masse m_H et une femme de masse m_F , séparée d'une distance d , s'écrit :

$$F = |\vec{F}_{F \rightarrow H}| = |\vec{F}_{H \rightarrow F}| = G \frac{m_H m_F}{d^2}.$$

Application numérique avec $G = 6,67 \text{ N m}^2/\text{kg}^2$: $F = 3,2 \times 10^{-9} \text{ N}$.

4. Poids : Quels sont a) la masse et b) le poids d'un homme de 60 kg à la surface de la Lune, sachant que l'accélération gravitationnelle y est environ 6 fois plus petite qu'à la surface de la Terre ; prenez $g = 10 \text{ m/s}^2$ à la surface de la Terre.

Si on note g_L la norme du champ gravitationnel de la Lune à la surface de la Lune, alors on peut écrire : $g_L \approx \frac{1}{6}g$.

a) La masse d'un homme de 60 kg ne dépend pas du champ de gravitation dans lequel il peut se trouver car la masse est une caractéristique intrinsèque de la matière.

b) Le poids correspond à la force gravitationnelle exercée par un corps sur une masse test.

Sur la Terre : $P_T = mg$.

Sur la Lune : $P_L = mg_L \Leftrightarrow P_L \approx \frac{1}{6}mg$; application numérique : $P_L \approx 100 \text{ N}$.

Le poids d'un homme de 60 kg est donc environ 6 fois moindre sur la Lune que sur la Terre.

5. Lancer à la surface de la Terre : Une masse de 2 kg est lancée à partir du sol selon un angle de 60° par rapport à l'horizontale, à la vitesse de 10 m/s.

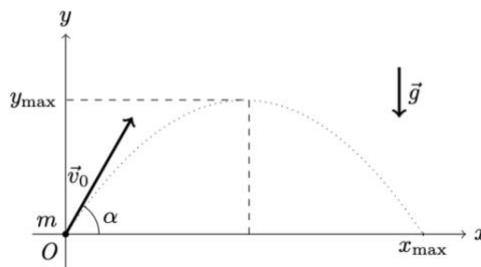
a) Quelle hauteur maximum atteint-elle ?

b) À quelle distance retombe-t-elle sur le sol ?

Négligez la résistance de l'air.

Notons $m = 2 \text{ kg}$, $\alpha = 60^\circ$, $v_0 = 10 \text{ m/s}$ et $\vec{g} = -g \vec{u}_y$.

Comme on néglige la résistance de l'air, la seule force qui s'applique sur la masse m est son propre poids. La trajectoire balistique est une parabole. On choisit une repère orthonormé dont la masse m est l'origine O à $t = 0$.



On décompose le mouvement suivant les axes (Ox) et (Oy) :

- suivant l'axe des x , le mouvement est rectiligne uniforme (MRU) : $v_x = v_0 \cos \alpha$ car aucune force ne s'applique dans cette direction puisqu'on néglige la résistance de l'air ;
- suivant l'axe des y , le mouvement est rectiligne uniformément accéléré (MRUA) : $a_y = -g$ car seul le poids intervient et qu'on suppose le champ gravitationnel uniforme.

À partir de ces considérations on peut répondre aux questions :

a) Pour déterminer la hauteur maximale $y_{\max}$ atteinte par la masse, on résout les équations du mouvement (MRUA) suivant l'axe (Oy) :

$$v_y(t) = \int a_y dt + C = -gt + v_0 \sin \alpha$$

où C est une constante d'intégration donnée par la condition initiale sur la vitesse ($C = v_y(0) = v_0 \sin \alpha$). On obtient l'équation horaire du mouvement $y(t)$ en prenant une primitive de l'équation précédente :

$$y(t) = \int v_y(t) dt + C' = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) t$$

où C' est une constante d'intégration donnée par la condition initiale sur la position ($C' = y(0) = 0$). Si on considère que la hauteur maximale $y_{\max}$ est atteinte à $t = \tau$, alors la vitesse et la position suivant (Oy) s'écrit :

$$\begin{cases} v_y(\tau) = v_0 \sin \alpha - g\tau \\ v_y(\tau) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \tau = \frac{v_0}{g} \sin \alpha$$

$$\begin{cases} y(\tau) = -\frac{1}{2}g\tau^2 + v_0 \sin \alpha \tau \\ y(\tau) = y_{\max} \end{cases} \Leftrightarrow y_{\max} = -\frac{1}{2}g\tau^2 + v_0 \sin \alpha \tau.$$

On en déduit donc que $y_{\max} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} \sin^2 \alpha$ de valeur $y_{\max} = 3,8 \text{ m}$.

b) Pour déterminer la distance $x_{\max}$ à laquelle la masse retombe sur le sol, on résout les équations du mouvement (MRU) suivant l'axe (Ox) :

$$x(t) = \int v_x(t) dt + C'' = v_0 \cos \alpha t$$

où C'' est une constante d'intégration donnée par la condition initiale sur la position ($C'' = x(0) = 0$). À l'instant $t = \tau$ la masse a parcouru une distance horizontale $x(\tau) = x_{\max}/2$, la masse atteindra donc $x_{\max}$ à l'instant $t = 2\tau$:

$$\begin{cases} x(2\tau) = v_0 \cos \alpha \cdot 2\tau \\ x(2\tau) = x_{\max} \end{cases} \Leftrightarrow x_{\max} = 2v_0 \cos \alpha \tau.$$

Ainsi $x_{\max} = \frac{v_0^2}{g} 2 \sin \alpha \cos \alpha$, et comme $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$ on trouve : $x_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ de

valeur $x_{\max} = 8,8 \text{ m}$.

6. Dans un ascenseur un homme, de masse $m = 65 \text{ kg}$, est debout sur une balance. L'ascenseur est immobile, la balance indique 65 kg .

- Si l'ascenseur monte à la vitesse constante de 1 m/s , qu'indique la balance ?
- Si l'ascenseur descend à la vitesse constante de 1 m/s , qu'indique la balance ?
- Si l'ascenseur monte avec une accélération constante de 2 m/s^2 , qu'indique la balance ?
- Même question si l'ascenseur descend avec une accélération constante de 2 m/s^2 .
- Enfin, si on laisse tomber l'ascenseur, qu'indique la balance ?

Les mouvements étant unidimensionnels, on choisit un axe orienté (Oz) vers le haut. Notons $m = 65 \text{ kg}$ la masse de l'homme et $\vec{g} = -g \vec{u}_z$ le champ de pesanteur avec $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Quand l'ascenseur monte à vitesse constante, l'homme subit un mouvement rectiligne uniforme (MRU). On a une situation d'équilibre. D'après la première loi de Newton $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$. Les forces extérieures $\vec{F}_{\text{ext}}$ appliquées au bonhomme sont son poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u}_z$ et la réaction (normale) de la balance sur l'homme $\vec{N}_0 = N_0 \vec{u}_z$. La première loi s'écrit, en projection sur (Oz) : $-mg + N_0 = 0$ soit $N_0 = mg$. La balance indique toujours $m = N/g = 65 \text{ kg}$.
- Quand l'ascenseur descend à vitesse constante, l'homme subit également un MRU. Le raisonnement est strictement analogue au cas précédent : la balance indique toujours $m = N/g = 65 \text{ kg}$.
- Quand l'ascenseur monte avec une accélération constante $\vec{a} = a \vec{u}_z$ où $a = |\vec{a}| = 2 \text{ m/s}^2$, l'homme subit un mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA) ; on a une situation de déséquilibre. D'après la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$. Comme on suppose l'homme, la balance et l'ascenseur comme des solides indéformables et en contact, alors l'accélération que subit l'homme est aussi celle de l'ascenseur. Notons maintenant $\vec{N}_1 = N_1 \vec{u}_z$ la réaction de la balance sur l'homme. La deuxième loi s'écrit en projection sur (Oz) :

$$-mg + N_1 = ma.$$

On en déduit que $N_1 = m(g + a)$. L'homme dans l'ascenseur voit sur la balance une masse apparente m_1 tel que $N_1 = m_1 g$ (puisque la balance est construite pour fonctionner en situation d'équilibre). On a donc :

$$\begin{cases} N_1 = m(g + a) \\ N_1 = m_1 g \end{cases} \Leftrightarrow m_1 = \left(1 + \frac{a}{g}\right) m$$

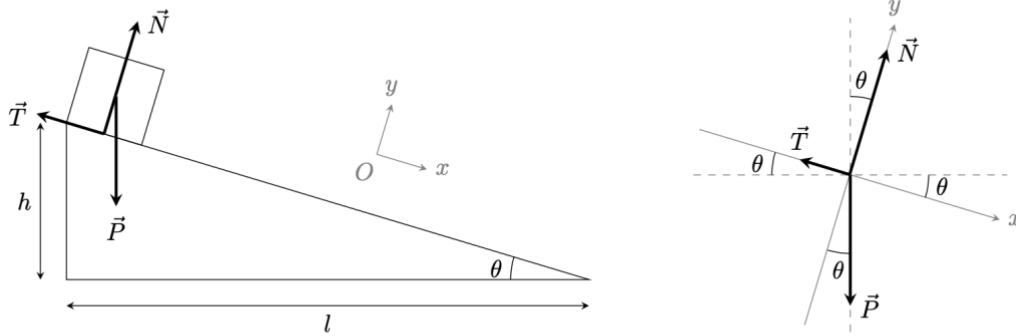
L'homme voit marquer sur la balance une masse apparente $m_1 = 78 \text{ kg}$. L'accélération vers le haut de l'ascenseur donne une sensation de lourdeur à l'homme.

- Quand l'ascenseur descend avec une accélération constante $\vec{a} = -a \vec{u}_z$ où $a = |\vec{a}| = 2 \text{ m/s}^2$, on a aussi une situation de déséquilibre. Par un raisonnement analogue au cas précédent on montre que la masse apparente est $m_2 = (1 - a/g) m$. L'homme voit marquer sur la balance une masse apparente $m_2 = 52 \text{ kg}$. L'accélération vers le bas de l'ascenseur donne une sensation de légèreté à l'homme.
- Si on laisse tomber l'ascenseur, il n'est plus soumis qu'au champ de pesanteur. L'homme subit toujours un MRUA (situation de déséquilibre) tel que $\vec{P} + \vec{N}_3 = m\vec{a}$ où $\vec{a} = \vec{g}$. Il vient immédiatement que la réaction de la balance sur l'homme vaut $\vec{N}_3 = \vec{0}$. La masse apparente m_3 de l'homme indiqué par la balance devient nulle : $m_3 = 0$.

7. Un cube de dimensions négligeables glisse sur un plan incliné (Fig. 4). On dénote les coefficients de frottement statique et cinétique entre ce cube et la surface sur laquelle il glisse par μ_s et μ_c , respectivement.

- Donner une condition sur le coefficient de frottement statique μ_s pour que ce cube se mette en mouvement.
- Donner dans ce cas l'accélération de ce cube en fonction du temps.
- Déterminer le temps nécessaire à la descente de cette pente.

On choisit un repère orthonormé (O, x, y) tel que (Ox) soit en direction de la pente, dans le sens descendant. Notons θ l'angle que fait le plan incliné avec l'horizontale de telle sorte que $\tan \theta = h/l$. On fait un bilan des forces extérieures appliquées au cube : son poids $\vec{P}$ et la réaction du plan incliné sur le cube qui se décompose en une composante normale $\vec{N}$ et une composante tangentielle $\vec{T}$ qui s'assimile aux frottements statiques quand le cube est immobile (à l'équilibre statique).



- Pour que ce cube se mette en mouvement, il faut que la réaction tangentielle $\vec{T}$ atteigne une certaine valeur correspondant à la valeur maximale du frottement statique $T_s^{\max} = \mu_s N$ avec $N = |\vec{N}|$. Tant que $T \leq T_s^{\max}$, alors le cube sera en équilibre statique. Dès que $T > T_s^{\max}$,

alors le cube est déséquilibré et commence à se mettre en mouvement. Utilisons la première loi de Newton pour déterminer l'expression de T et N en fonction de la masse du cube m et de l'angle d'inclinaison θ :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = \vec{0}.$$

On projette cette équation vectorielle suivant (Ox) et (Oy) :

$$\begin{cases} mg \sin \theta - T = 0 & \Leftrightarrow T = mg \sin \theta \\ -mg \cos \theta + N = 0 & \Leftrightarrow N = mg \cos \theta. \end{cases}$$

Quand l'angle θ augmente, la force de frottement statique T augmente alors que la réaction normale au plan incliné N diminue. Pour que le cube se mette en mouvement il faut que $T > \mu_s N$, soit :

$$mg \sin \theta > \mu_s mg \cos \theta \Leftrightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} > \mu_s \Leftrightarrow \tan \theta > \mu_s.$$

Comme $\tan \theta = h/l$, on en déduit que pour qu'il y ait mouvement, il faut que le coefficient de frottement statique remplisse la condition $\mu_s < h/l$.

- Une fois le cube en mouvement, la composante tangentielle de la réaction du plan incliné correspond aux frottements cinétiques telle que $T = \mu_c N$. Le cube suit un mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA) suivant (Ox) puisqu'il n'est soumis qu'à son poids et aux forces de contacts. On applique alors la deuxième loi de Newton $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = m\vec{a}$ que l'on projette suivant (Ox) et (Oy) :

$$\begin{cases} mg \sin \theta - T = ma_x & \Leftrightarrow a_x = g \sin \theta - T/m = g \sin \theta - \mu_c N/m \\ -mg \cos \theta + N = ma_y = 0 & \Leftrightarrow N = mg \cos \theta. \end{cases}$$

On trouve ainsi que :

$$a_x = g \sin \theta - \mu_c g \cos \theta = (\sin \theta - \mu_c \cos \theta)g = \left(1 - \mu_c \frac{1}{\tan \theta}\right) \sin \theta g.$$

Comme $\tan \theta = h/l$ et $\sin \theta = h/\sqrt{h^2 + l^2}$, on obtient l'accélération du cube en fonction de la géométrie du plan incliné :

$$a_x = \frac{1 - \mu_c \frac{l}{h}}{\sqrt{1 + \frac{l^2}{h^2}}} g$$

Cette accélération est indépendante du temps. Lorsque $h \rightarrow \infty$ (plan vertical), on retrouve bien $a_x = g$.

- c) Pour déterminer le temps nécessaire à la descente de cette pente, déterminons les équations du mouvement du cube suivant (Ox) :

$$v_x(t) = \int a_x dt + C = a_x t$$

où C est une constante d'intégration donnée par la condition initiale sur la vitesse (ici, nous supposons que le cube commence à glisser à $t = 0$: $C = v_x(0) = 0$). On obtient l'équation horaire du mouvement en prenant une primitive de l'équation précédente :

$$x(t) = \int v_x(t) dt + C' = \frac{1}{2} a_x t^2$$

où C' est une constante d'intégration donnée par la condition initiale sur la positions (ici, nous supposons que le cube est à l'origine du repère à $t = 0$: $C' = x(0) = 0$). Si on considère que le cube descend la pente en un temps τ , alors on peut écrire :

$$\begin{cases} x(\tau) = \frac{1}{2} a_x \tau^2 \\ x(\tau) = \sqrt{h^2 + l^2} \end{cases} \Leftrightarrow \tau = \sqrt{\frac{2\sqrt{h^2 + l^2}}{a_x}}.$$

En remplaçant a_x par son expression donnée en b), on trouve que le temps nécessaire pour

descendre la pente est donc $\tau = \sqrt{\frac{1 + \frac{l^2}{h^2}}{1 - \mu_c \frac{l}{h}}} \frac{2h}{g}.$