

Révisions : TP 5

Exercice 1. Montrer que pour tout entier $n \geq 1$, on a :

$$\frac{1}{3n-2} + \frac{1}{3n-1} - \frac{1}{3n} \geq \frac{1}{3n}.$$

En déduire que la série

$$\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \dots$$

est divergente.

Exercice 2. Déterminez quelles séries parmi les suivantes sont absolument convergentes, quelles sont celles qui sont simplement convergentes et lesquelles divergent.

1. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k}}.$

2. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k}.$

3. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}.$

4. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{k!}.$

5. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}.$