

NOM et PRÉNOM :

MATRICULE :

Question 1 (24 pts) Pour chacun des énoncés suivants, dire s'il est vrai ou faux et fournir une justification complète. Vous pouvez utiliser tous les résultats du cours, à condition de les énoncer clairement et de vérifier que les hypothèses sont toutes satisfaites.

1. **(4 pts)** Notons $\mathcal{M}(A)$ l'ensemble des majorants d'un ensemble $A \subset \mathbb{R}$. Si $A \subset B$, alors $\mathcal{M}(A) \supset \mathcal{M}(B)$.
2. **(4 pts)** Si (x_n) est une suite bornée, alors elle converge.
3. **(4 pts)** Si (x_n) et (y_n) sont deux suites qui convergent vers a et b respectivement, alors la suite produit $(x_n \cdot y_n)$ converge vers $a \cdot b$.
4. **(4 pts)** Pour tout intervalle $[a, b)$, avec $a < b$, il existe une fonction continue non-bornée $f : [a, b) \rightarrow \mathbb{R}$.
5. **(4 pts)** Si la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisfait $|f(x) - f(y)| \leq |x - y|^2$ pour tout $x, y \in \mathbb{R}$, alors f est dérivable et $f'(c) = 0$ pour tout $c \in \mathbb{R}$.
6. **(4 pts)** Soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$, une fonction définie sur un intervalle ouvert. Soit $a \in I$ tel que $f'(a) = f''(a) = 0$ et $f'''(a) < 0$, alors a est un maximum local de f .