

QUESTION 2

Considérez la fonction réelle donnée par $f(x) = x \cdot \sqrt{4 - x^2}$.

1. (2 points) Déterminez le (plus grand) domaine de f .
2. (2 points) Déterminez les racines de f .
3. (3 points) Calculez sa dérivée f' .
4. (6 points) La fonction f admet-elle des points critiques sur son domaine ?
Si oui, trouvez leurs coordonnées et caractérisez-les (minimum/maximum). Justifiez
5. (2 points) Esquissez le graphe de f .
Vous pouvez approximer $\sqrt{2} \approx 1,41$.

1) CE: $4 - x^2 \geq 0$
 $\hookrightarrow$ le coeff devant x^2 est négatif
 $4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Donc: $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; 2]$
C'est donc $\text{Dom } f = [-2; 2]$

2) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \cdot \sqrt{4 - x^2} = 0$

$\Leftrightarrow$ Règle du produit nul $x = 0$ ou $\sqrt{4 - x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $4 - x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -2$ ou $x = 2$

Les racines de f sont $\{0; -2; 2\}$

3) On calcule $f'(x)$:

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= 1 \cdot \sqrt{4-x^2} + x (\sqrt{4-x^2})' \\
 &= \sqrt{4-x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} \\
 &= \sqrt{4-x^2} + \frac{-x^2}{\sqrt{4-x^2}} \\
 &= \frac{4-x^2-x^2}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}.
 \end{aligned}$$

4) x est un pt critique

$$\Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4 - 2x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{2}.$$

Coordonnées: $(-\sqrt{2}; -2)$

$(\sqrt{2}; 2)$

Caractérisation des pts critique

x	-2	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2
f'	+	-	0	+	-
f	0	$\searrow$ min		$\nearrow$ max	0
		$(-\sqrt{2}, 2)$		$(\sqrt{2}, 2)$	

5) Esquisse:

