

1. En identifiant $\mathbb{C}$ avec le plan de Gauss l'application

$$z \in \mathbb{C} \mapsto (2 - 2i).z \in \mathbb{C}$$

est

- A. une homothétie de facteur $2\sqrt{2}$ suivie d'une rotation d'angle $\frac{\pi}{4}$.
- B. une rotation d'angle $\frac{-\pi}{4}$ suivie d'une homothétie de facteur 2.
- C. une rotation d'angle $\frac{\pi}{4}$ suivie d'une homothétie de facteur 2.
- D. une homothétie de facteur $2\sqrt{2}$ suivie d'une rotation d'angle $\frac{-\pi}{4}$.
- E. une rotation d'angle $\frac{-\pi}{4}$ suivie d'une homothétie de facteur $\sqrt{2}$.
- F. Aucune des transformations précédentes.

2. On considère un système d'équations linéaires. Quelle proposition ci-dessous est vraie ?

- A. Si ce système n'admet pas de solution, alors il a plus d'équations que d'inconnues.
- B. Si ce système a plus d'inconnues que d'équations, alors il admet une infinité de solutions.
- C. Si ce système a plus d'équations que d'inconnues, alors il n'admet pas de solution.
- D. Si ce système admet une unique solution, il doit avoir au moins autant d'équations que d'inconnues.
- E. Si ce système admet une infinité de solutions, alors il a plus d'inconnues que d'équations.
- F. Aucune des propositions précédentes.

3. Dans $\mathbb{C}$, soit l'équation

$$z^3 + z^2 + z + 1 = 0.$$

Quelle affirmation ci-dessous est vraie ?

- A. Les solutions de l'équation sont toutes réelles
- B. L'équation n'admet pas de solution dans $\mathbb{C}$.
- C. L'équation admet 4 solutions distinctes.
- D. $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ est solution de l'équation.
- E. Toutes les solutions de l'équation satisfont à $z^4 = 1$.
- F. Aucune des affirmations précédentes.

4. Soit $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_0^-$, parmi les expressions ci-dessous, laquelle représente une racine carrée de z ?

- A. $\sqrt{|z|} \cdot \frac{z + |z|}{|z + |z||}$,
 B. $\sqrt{|z|}$,
 C. $\sqrt{|z|} \cdot \frac{z + |z|}{|z + |z||^2}$,

D. $\frac{z}{|z|}$,

E. $\frac{z + |z|}{|z + |z||}$,

F. Aucune des expressions proposées.

5. Soit la fonction

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : (u, v) \rightarrow 7u^3 + 2uv^2$$

et la fonction $r : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2 : q \mapsto (r_1(q), r_2(q)) := (2q, -q)$.

Laquelle des formules suivantes est correcte ?

A. $(f \circ r)'(t) = \langle f'(r_1(t), r_2(t)), \nabla r(t) \rangle$,

B. $(f \circ r)'(q) = 60q^2$,

C. $(f \circ r)'(q) = 30q^4 + 48q^2$,

D. $(f \circ r)'(t) = \frac{\partial f}{\partial u}(r_1(t), r_2(t)) \cdot r'_1(t) + \frac{\partial f}{\partial v}(r_1(t), r_2(t)) \cdot r'_2(t)$,

E. $(f \circ r)'(q) = (r \circ f)'(q)$,

F. Aucune des formules ci-dessus.

6. Soit $\gamma : [0, 1] \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2 : t \mapsto \gamma(t)$ une courbe paramétrée.

Quelle expression ci-dessous n'est pas une re-paramétrisation de γ ?

A. $\eta : [0, 2] \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2 : t \mapsto \eta(t) := \gamma\left(\frac{t}{2}\right)$,

B. $\eta : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2 : t \mapsto \eta(t) := \gamma(1 - \cos(t))$

C. $\eta : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2 : t \mapsto \eta(t) := \gamma(\sin(t))$,

D. $\eta : [0, 1] \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2 : t \mapsto \eta(t) := \gamma(t^2)$

E. $\eta : [0, 2] \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2 : t \mapsto \eta(t) := \gamma\left(\frac{1}{2}(t^3 - 2t^2 + t)\right)$

F. aucune des propositions précédentes.

7. On considère A et B deux matrices carrées 2×2 avec

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Notons $0_{2 \times 2}$ la matrice carrée nulle de taille 2×2 .

Laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

- ☒ A. Si $AB \neq 0_{2 \times 2}$, alors $B \neq 0_{2 \times 2}$.
- ☐ B. Si $AB = 0_{2 \times 2}$, alors $BA = 0_{2 \times 2}$.
- ☐ C. Si $B \neq 0_{2 \times 2}$, alors $AB \neq 0_{2 \times 2}$.
- ☐ D. Si $AB = 0_{2 \times 2} = BA$, alors $B \neq 0_{2 \times 2}$.
- ☐ E. Si $BA = 0_{2 \times 2}$, alors $AB = 0_{2 \times 2}$.
- ☐ F. Aucune des affirmations précédentes.

8. Soit la fonction

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 : (x, y) \mapsto f(x, y) := -x^4 - y^4$$

Parmi les propositions ci-dessous, laquelle est vraie ?

- ☐ A. $\det(\text{Hess}(f)(0, 0)) \leq 0$ et $(0, 0)$ n'est ni un maximum, ni un minimum de f ,
- ☒ B. $(0, 0)$ est un maximum de f bien que $\det(\text{Hess}(f)(0, 0)) \leq 0$,
- ☐ C. $(0, 0)$ est un minimum de f bien que $\det(\text{Hess}(f)(0, 0)) \leq 0$,
- ☐ D. $\det(\text{Hess}(f)(0, 0)) = -144$ et $(0, 0)$ est un maximum de f ,
- ☐ E. $\det(\text{Hess}(f)(0, 0)) = 144$ et $(0, 0)$ est un minimum de f ,
- ☐ F. aucune des propositions précédentes.