



Logique



implicat° $\rightarrow$

ou $\vee$

et $\wedge$

"non" $\neg$

$\forall$

$\exists(!)$

,

ou |

$\in$

$\subseteq$

$\neg (A \vee B) \leftrightarrow$

$\neg (A \wedge B) \leftrightarrow$

$\neg (\forall x \in B, A) \leftrightarrow$

$\neg (\exists x \in B, A) \leftrightarrow$

1.1. Traduisez chacune des affirmations suivantes par une formule logique en utilisant les lettres indiqués et les symboles $\rightarrow$ (« implique »), $\vee$ (« ou »), $\wedge$ (« et ») et, si nécessaire, le symbole $\neg$ (« non »).

c. S'il pleut ou neige, le match sera annulé. (P,N,A)

d. Pour que deux vecteurs soient orthogonaux, il faut et il suffit que leur produit scalaire soit nul. (O,N)

1.3. Déterminez lesquelles des argumentations suivantes sont correctes.

b. Si le prix de l'essence augmente, le coût de la vie augmente. Lorsque le coût de la vie augmente, la popularité du gouvernement baisse. Donc, si l'essence devient plus chère, le gouvernement perd en popularité.

c. Une augmentation du prix du pain ou du thé est prévue. Comme le pain coûte plus cher, le prix du thé est inchangé.

f. Si un nombre est divisible par 4, il est pair. Comme le nombre donné n'est pas divisible par 4, il n'est pas pair.

traduisez en formules logiques les assertions suivantes :

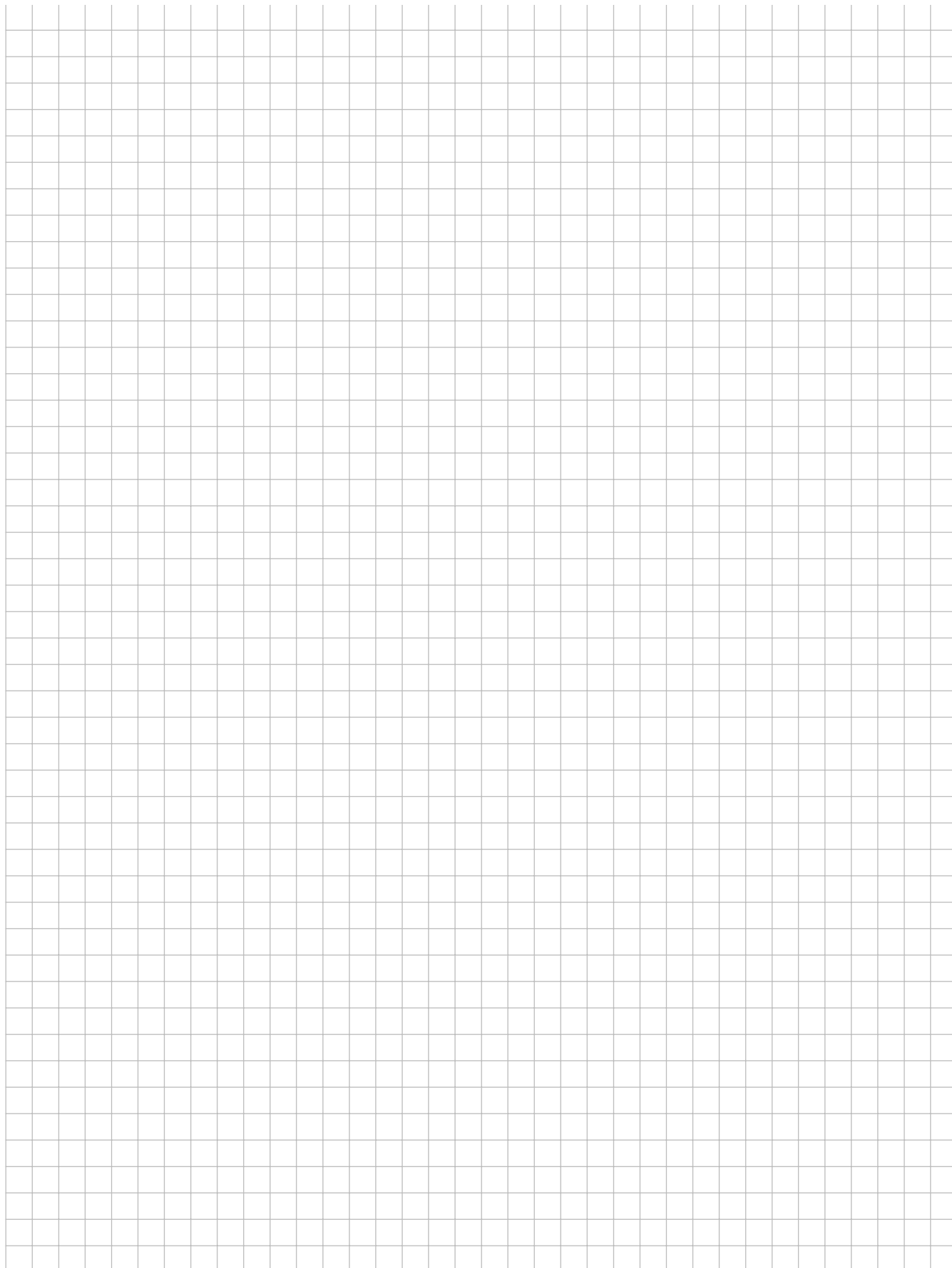
TP {

- a. Il existe un nombre naturel pair ;
- b. Il existe un nombre naturel pair et premier ;
- c. Il est faux que tout nombre naturel pair est premier,
- d. Il existe un seul nombre naturel à la fois pair et premier.

- $\exists N$ tel que $\forall \epsilon > 0, \exists n \geq N : |f(n)| \geq \epsilon$

1.19. Voici cinq propositions. Laquelle n'est logiquement équivalente à aucune des quatre autres ?

- Si tu triches, j'abandonne le jeu.
- Tu triches et je n'abandonne pas le jeu.
- Si tu ne joues pas honnêtement, j'abandonne le jeu.
- Tu ne triches pas ou j'abandonne le jeu.
- Si je continue à jouer, alors tu ne triches pas.





Racines



2.2 Ci-dessous, on suppose $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$.
Simplifier

b. $\frac{\sqrt[4]{64a^6}}{\sqrt[4]{162a}}$

$$\frac{\sqrt[4]{64a^6}}{\sqrt[4]{162a}} =$$

Coefficients binomiaux
& binôme de Newton

Coefficients binomiaux:

$$\binom{n}{k} =$$

Binôme de Newton

$$(x+y)^n =$$

$$(x-y)^n =$$

2.8. Développer $(1 - 1)^n$ et en déduire une propriété des coefficients binomiaux.

$$(1 - 1)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-1)^k$$



Récurrence

2.9. Démontrez par récurrence (pour n un nombre naturel) :

a. $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

b. $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

Remarquons qu'ici n représente un naturel non-nul.

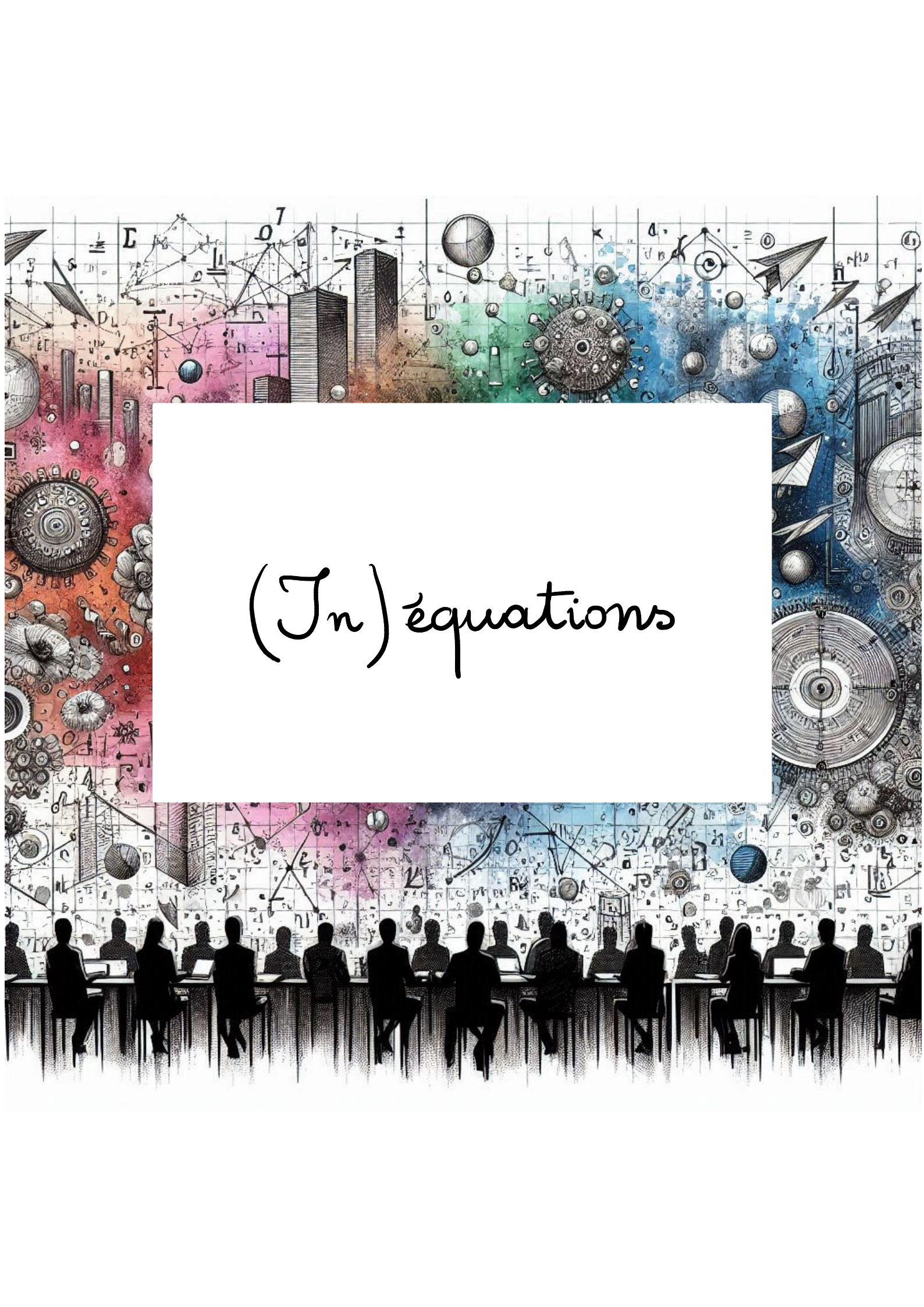
Montrons par récurrence que $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$, $\forall n \in \mathbb{N}_0$.

Cas de base vérifions que la propriété est vraie pour $n=1$:

Hypothèse de récurrence

Supposons que la propriété soit vraie pour un certain naturel N ,

Récurrence / Hérité



(I_n) équations

Equation:

Inéquation:

Condition d'existence: CE

- fraction $\rightarrow$
- racines "carrée":

Solut^o: S

2.11. Trouver les valeurs réelles x telles que

c. $\frac{x^2-3x}{x+2} = 0$

e. $x^3 - 5x^2 = -6x$

g. $\left| \frac{x-1}{5x+2} \right| = 3$

c) CE:

$$\frac{x^2-3x}{x+2} = 0$$

e) CE:

$$x^3 - 5x^2 = -6x$$

g) CE:

$$\left| \frac{x-1}{5x+2} \right| = 3$$

2.2 Trouver les valeurs réelles x telles que

a. $\frac{1}{x} < 3$

g. $\left| \frac{x-1}{5x+2} \right| > 3$

c. $\frac{x^2-3x}{x+2} > 0$

a) CE:

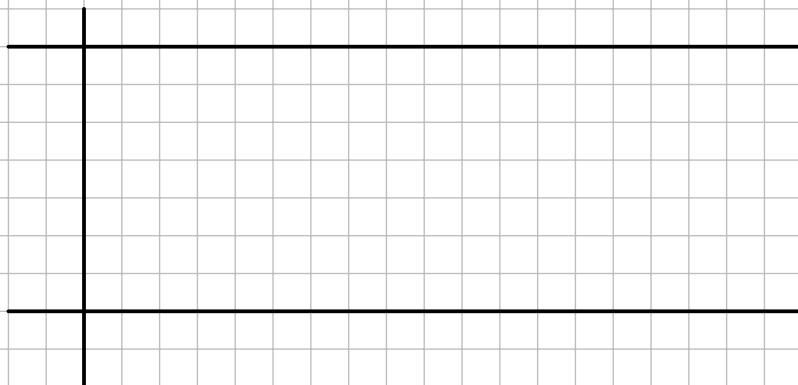
$$\frac{1}{x} < 3$$



c) CE:

$$\frac{x^2-3x}{x+2} > 0$$

tableau de signes



g) CE:

$$\left| \frac{x-1}{5x+2} \right| > 3$$

