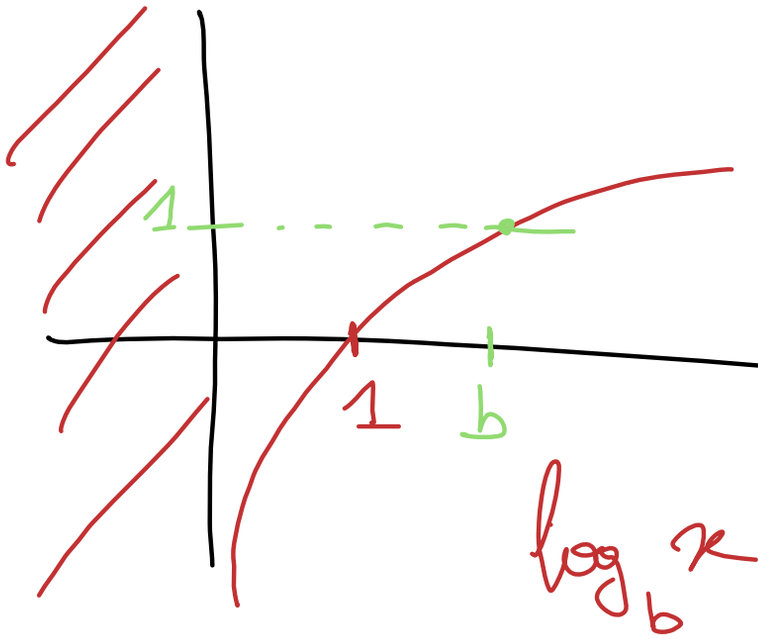

Logarithmes

$$\log_b(a) = c \iff b^c = a$$

C.E

$$b > 0, \quad b \neq 1$$

$$a > 0$$



Règles de calcul

$$\log_b(x \cdot y) = \log_b x + \log_b y$$

($b^{\cdots} = xy \iff \ldots$)

$$\log_b(x/y) = \log_b x - \log_b y$$

$$\log_b(x^y) = y \log_b(x)$$

$e \approx 2,712$ Euler

$$\log_b a = \frac{\log_z a}{\log_z b} = \frac{1}{\log_a b}$$

4.1. Calculer sans faire usage de tables ou de machines :

b. $\log_3(27)$; e. $\log_8(16)$;

$\log_3(27) = 3$ $\quad 3^3 = 27$

27	3 | 1
9	3 | 2
3	3 | 3
1	

$\log_8(16)$

$= \frac{\log_2 16}{\log_2 8} = \frac{4}{3}$

$8^{\dots} = 16$

$2^4 = 16$

$2^3 = 8$

$8^{4/3} = 16$

4.2. Calculer x tel que

b. $\log_x 8 = -1.5$

CE : $x > 0$, $x \neq 1$

$\log_x 8 = -1,5 \iff x^{-1,5} = 8 \iff (x^{-\frac{3}{2}})^{-\frac{2}{3}} = 8^{-\frac{2}{3}}$

$\iff x^{-\frac{3}{2}\cdot(-\frac{2}{3})} = (2^3)^{-2/3}$

$\iff x = 2^{-2} = \frac{1}{4}$

$\rightarrow S = \{1/4\}$

4.5. Calculer en fonction de $a = \log_{10} 2$:

a. $\log_{10} 5$;

$\log_{10} 5 = \log_{10} \frac{10}{2} = \log_{10} 10 - \log_{10} 2$

$= 1 - a$

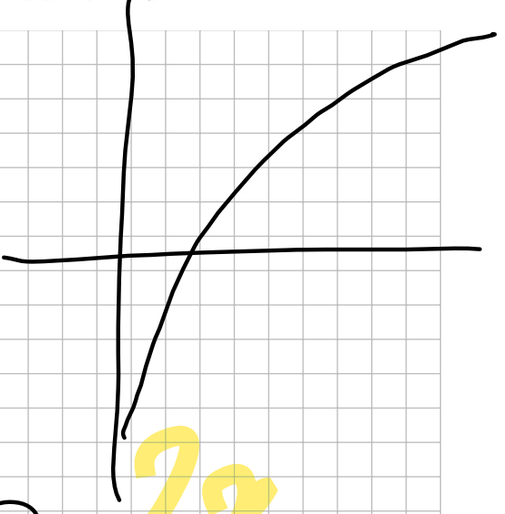
4.9. Résoudre les équations suivantes :

b. $\log x + \log(x^2 + 2x - 1) = \log 2$;

c. $\log_5(5^x - 7) = \log_{25} 324 + 2 - x$;

$(x-1)(ax^2+bx+c)$

$ax^3 + \ldots + \ldots = \ldots$



b) CE : $x > 0$, $x^2 + 2x - 1 > 0$

$\log x + \log(x^2+2x-1) = \log 2$

$\Leftrightarrow \log\left(x \cdot (x^2+2x-1)\right) = \log 2$

$\Leftrightarrow x \cdot (x^2+2x-1) = 2$

$\Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2+3x+2) = 0$ $\quad 2x \quad -3x$

$\Leftrightarrow (x-1) = 0$ ou $x^2+3x+2 = 0$

$\Leftrightarrow x = -1$ ou $x = -2$

L'ensemble des solutions est

$S = \{1\}$

c) CE : $5^x - 7 > 0$

$\log_5(5^x - 7) = \log_{25} 324 + 2 - x$

$S = \{2\}$

$\log_5(5^x - 7) = \dfrac{\log_5 324}{\log_5 25} + \log_5 5^{2-x}$

$\Leftrightarrow \log_5(5^x - 7) = \frac{1}{2}\log_5 324 + \log_5 5^{2-x}$

$\Leftrightarrow \log_5(5^x - 7) = \log_5\left(324^{1/2} \cdot 5^{2-x}\right)$

$\Leftrightarrow 5^x - 7 = 18 \cdot 5^2 \cdot 5^{-x}$ $\qquad 5^{-x} = \dfrac{1}{5^x}$

$\Leftrightarrow (5^x)^2 - 7 \cdot 5^x - 18 \cdot 25 = 0$ $\qquad y = 5^x$

$\Leftrightarrow y^2 - 7y - 18 \cdot 25 = 0$

$\hookrightarrow (\ldots)$ $y = -18$ ou $y = 25$

$\Leftrightarrow 5^x = -18$ ou $5^x = 25 \Leftrightarrow x = 2$

4.12. Résoudre les équations exponentielles suivantes :

b. $3^{2x+1} + 9^x = 324$

b) $3^{2x+1} + 9^x = 324$

$\Leftrightarrow 3^{2x} \cdot 3 + 9^x = 18^2 \Leftrightarrow 9^x \cdot 3 + 9^x = (2 \cdot 9)^2$

$\Leftrightarrow 4 \cdot 9^x = 4 \cdot 9^2$

$\Leftrightarrow x = 2$

L'ensemble des solutions est $S = \{2\}$

4.13. Résoudre l'équation suivante pour $x \in \mathbb{R}$:

$$e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$$

Posons $y = e^x$.

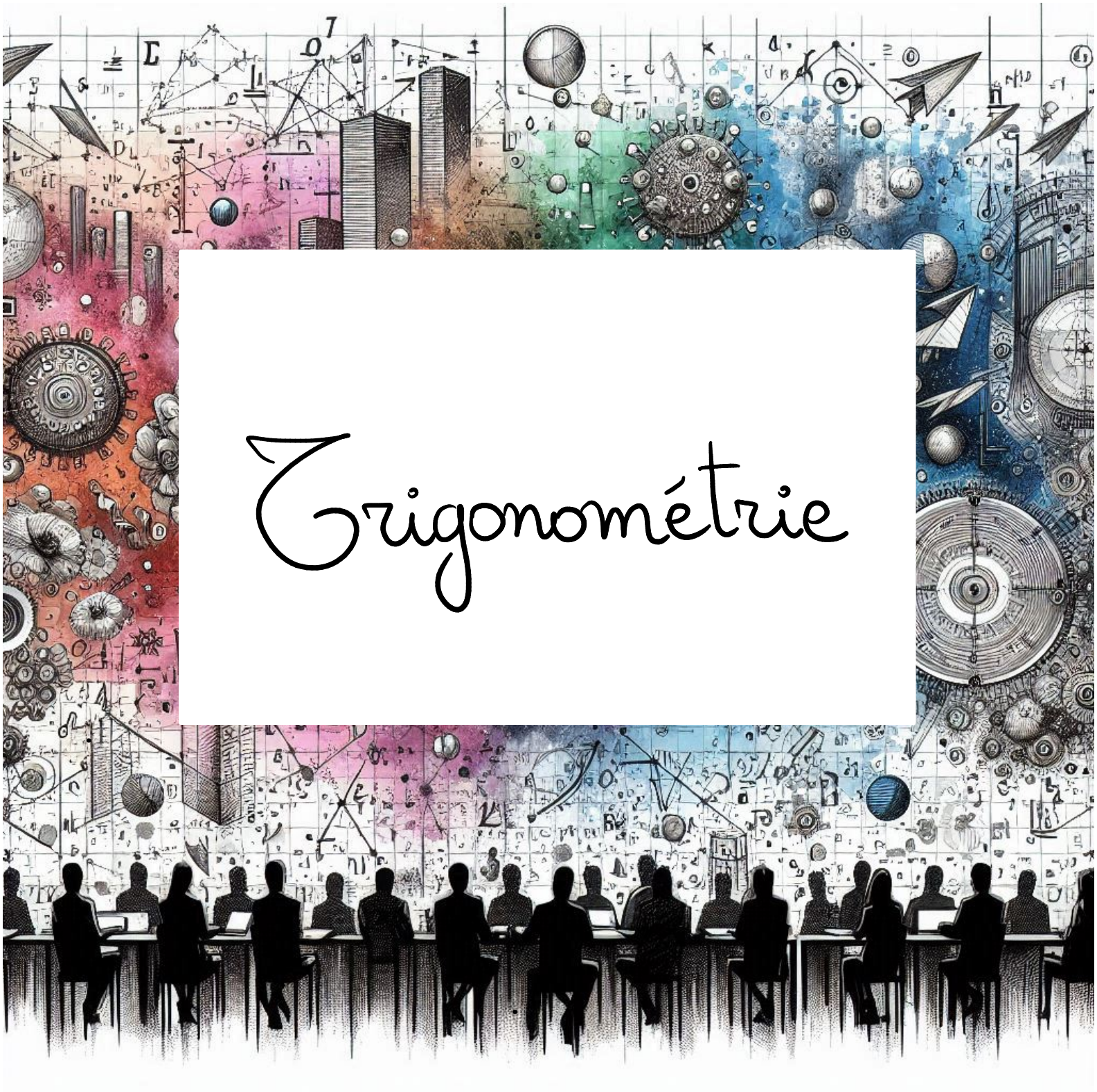
On a alors $y^2 - 2y + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (y-1)^2 = 0 \Leftrightarrow y = 1$

$\Leftrightarrow e^x = 1$

$\Leftrightarrow x = 0$

L'ensemble des solutions est


Trigonométrie



Angles ~ 360°

$\rightarrow 2\pi$ radians

$360^\circ = 2\pi$ (rad)

$36^\circ = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$

Triangle rectangle



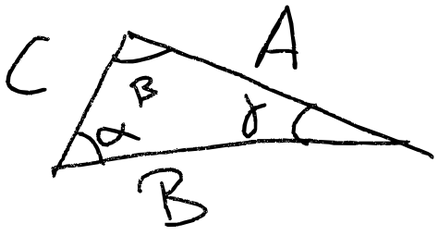
SOH CAH TOA

$\sin(\alpha) = \frac{\text{oppose}}{H}$; $\cos(\alpha) = \frac{\text{Adjacent}}{H}$

$adj^2 + opp^2 = H^2$

$\tan(\alpha) = \frac{\text{oppose}}{\text{adjecent}}$

Triangle quelconque



$\frac{A}{\sin(\alpha)} = \frac{B}{\sin(\beta)} = \frac{C}{\sin(\gamma)}$

$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$; $\cot g(\alpha) = \frac{1}{\tan(\alpha)} = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$

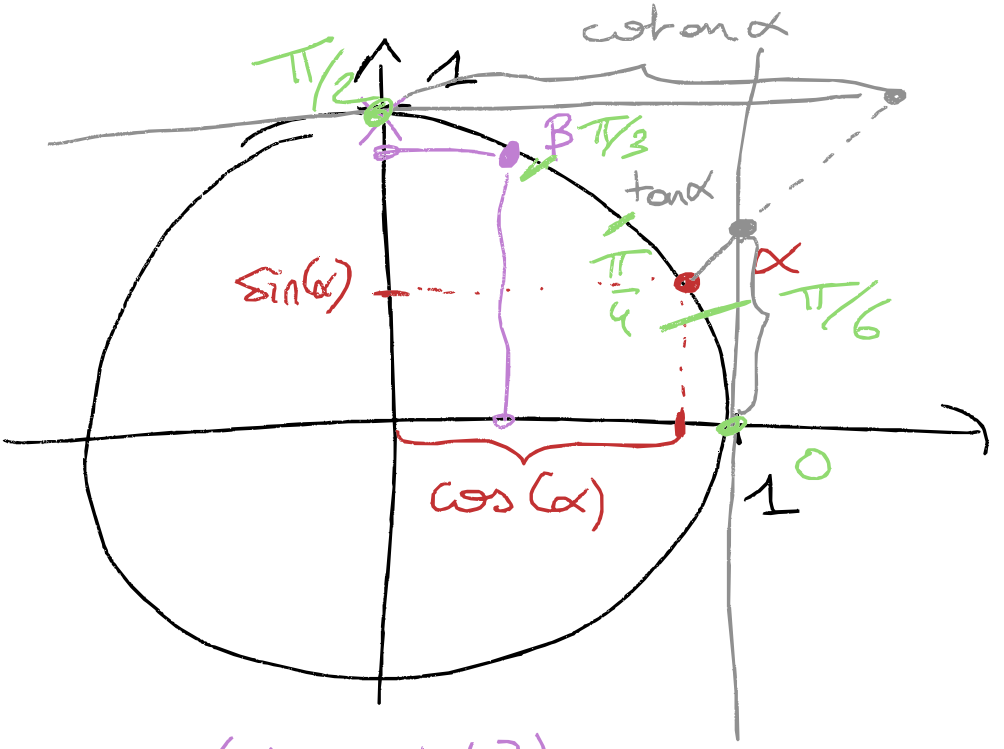
R.F: $\sin^2 + \cos^2 = 1$

$\alpha + \beta = \pi$ "supplementaires"

$\alpha - \beta = \pi$ "anti-supp"

$\alpha = -\beta$ "opposés"

$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ "complementaires"



$\cos(\alpha) = \sin(\beta)$; $\sin(\alpha) = \cos(\beta)$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	///
ctan	///	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

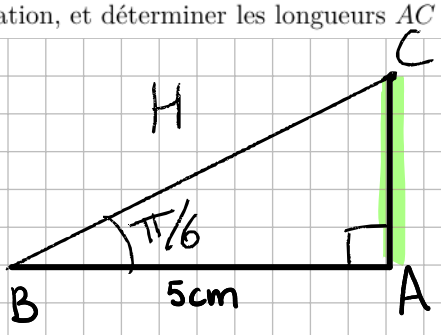
5.1. Quelle est la mesure en degrés d'un angle de $\frac{\pi}{10}$ radians ? À quelle fraction d'un tour complet cet angle correspond-il ?

$2\pi = 360° = 1$ tour

$\frac{\pi}{10} = 18°$ (:20 ; :20)

Un angle de $\frac{\pi}{10}$ radians mesure $18°$ degrés et correspond à $\frac{1}{20}$ de tour.

5.2. Soit ABC un triangle rectangle en A. On donne $AB = 5\,\text{cm}$, et $\hat{B} = \frac{\pi}{6}\text{rad}$. Représenter la situation, et déterminer les longueurs AC et BC.



On connaît $\hat{B} = \pi/6$; son adjacent = 5cm

AC est l'opposé : $\tan(\hat{B}) = \frac{|AC|}{|AB|}$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{|AC|}{5(cm)} \Leftrightarrow |AC| = \frac{5\cdot\sqrt{3}}{3}$ cm.

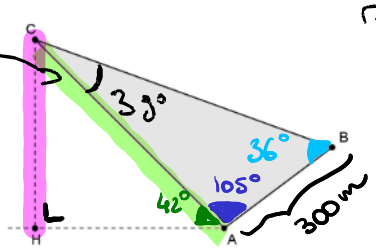
BC est l'hypoténuse : $\cos(\frac{\pi}{6}) = \frac{5\,cm}{|BC|} \Leftrightarrow |BC| = 5/(\sqrt{3}/2) = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

Les côtés AB, BC et AC mesurent respectivement

$5\,cm, \frac{10\sqrt{3}}{3}cm; \frac{5\sqrt{3}}{3}$ cm.

5.6. Sur la figure, on donne les angles $\widehat{CAH} = 42°$, $\hat{A} = 105°$, $\hat{B} = 36°$ et $AB = 300\,\text{m}$. On demande de déterminer la longueur CH sachant que l'angle dessiné en H est droit.

$180 - 105 - 36 = 39°$



Plan : trouver AC, pour utiliser SOHCAHTOA et trouver CH

① Angles :

② Dans le triangle ABC : $\frac{300}{\sin(39)} = \frac{|AC|}{\sin(36)} \Leftrightarrow |AC| = 300\frac{\sin(36)}{\sin(39)}$

③ Dans le triangle AHC : $\sin(42°) = \frac{|CH|}{|AC|} \Rightarrow |CH| = |AC|\sin(42°)$

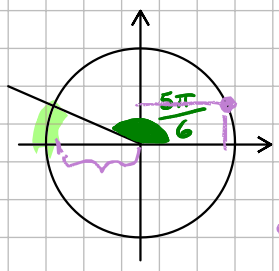
$= 300\frac{\sin(36)}{\sin(39)}\sin(42)$

La longueur CH vaut :

5.8. À l'aide du cercle trigonométrique, déterminer les nombres suivants (valeur exacte) en utilisant les symétries adéquates.

a. $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

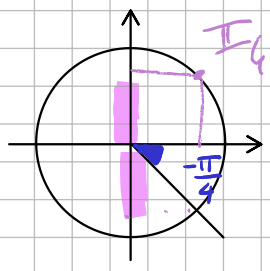
b. $\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right)$



$\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \pi$

$\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$



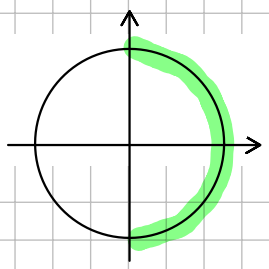
$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

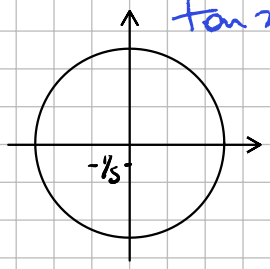
$= -\frac{\sqrt{2}}{2}$

5.13. Soit $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

a. Si $\sin x = -\frac{1}{5}$, que vaut la tangente de x ?

b. Si $\cos x = \frac{1}{3}$, quelles sont les valeurs possibles de la tangente de x ?





$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$; $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

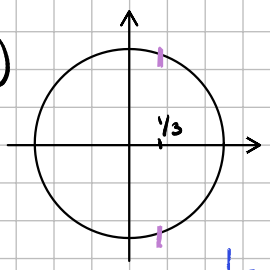
$\Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{24}{25} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{24}}{5}$

$\Rightarrow \tan x = \frac{-1/5}{\frac{\sqrt{24}}{5}} = -\frac{1}{\sqrt{24}} = \frac{-\sqrt{24}}{24} = \frac{-2\sqrt{6}}{24} = -\frac{\sqrt{6}}{12}$

La tangente de x vaut

$\left(\sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 6} = 2\sqrt{6}\right)$

b)



$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{8}{9}$

$\Leftrightarrow \sin x = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\tan x = \frac{\pm \frac{2\sqrt{2}}{3}}{1/3} = \pm 2\sqrt{2}$

La tangente de x vaut

